

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（文系）

対象年度：2018年

試験時間：90分

問題数：3問

第 1 問

$\triangle ABC$ の外心を O , 重心を G とし, $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ならば, $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $\angle A \neq \frac{\pi}{2}$ ならば, $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$ であることを証明せよ。

(3) $\overrightarrow{OA} = (\cos \theta, \sin \theta)$, $\overrightarrow{OB} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\overrightarrow{OC} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ とする。

ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ である。このとき, $|\overrightarrow{GH}|^2$ の最大値, 最小値を求めよ。

第 2 問

a, b を 1 と異なる正の数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\log_2 \sqrt{a} - \log_a 2 = \frac{1}{2}$ を満たす a を求めよ。
- (2) $\log_2 \sqrt{a} - \log_a 2 \geq \frac{1}{2}$ を満たす a の範囲を求めよ。
- (3) $a > 1$ かつ $b > 1$ とする。 $\log_b \sqrt{a} - \log_a b \geq \frac{1}{2}$ を満たすとき、 a と b^2 の大小関係を調べよ。
- (4) $a + b \leq 8$ かつ $\log_b \sqrt{a} - \log_a b \geq \frac{1}{2}$ を満たす自然数の組 (a, b) をすべて求めよ。

第 3 問

関数 $f(x)$ は等式

$$f(x) = |x - 1| + \int_0^2 xf(t) dt$$

を満たすとし、 $\int_0^2 f(t) dt = a$ とおく。次の問いに答えよ。

- (1) $f(2)$ を a を用いて表せ。
- (2) a の値を求めよ。
- (3) k は定数とする。 $y = xf(x) - k$ のグラフと $y = ax^2$ のグラフの共有点の個数を求めよ。