2018年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. $\triangle$ABC の外心を O，重心を G とし，$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $\angle \mathrm{A} = \dfrac{\pi}{2}$ ならば，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \overrightarrow{0}$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $\angle \mathrm{A} \neq \dfrac{\pi}{2}$ ならば，$\overrightarrow{\mathrm{AH}} \perp \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ であることを証明せよ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = (\cos\theta,\ \sin\theta), \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right), \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\ -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ とする。ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ である。このとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{GH}}\right|^2$ の最大値，最小値を求めよ。

2. a，b を 1 と異なる正の数とする。次の問いに答えよ。

(1) $\log_2 \sqrt{a} - \log_a 2 = \dfrac{1}{2}$ を満たす a を求めよ。

(2) $\log_2 \sqrt{a} - \log_a 2 \geqq \dfrac{1}{2}$ を満たす a の範囲を求めよ。

(3) $a > 1$ かつ $b > 1$ とする。$\log_b \sqrt{a} - \log_a b \geqq \dfrac{1}{2}$ を満たすとき，a と b^2 の大小関係を調べよ。

(4) $a + b \leqq 8$ かつ $\log_b \sqrt{a} - \log_a b \geqq \dfrac{1}{2}$ を満たす自然数の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ。

3. 関数 $f(x)$ は等式

$$f(x) = |x-1| + \int_0^2 xf(t)\,dt$$

を満たすとし，$\displaystyle\int_0^2 f(t)\,dt = a$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $f(2)$ を a を用いて表せ。

(2) a の値を求めよ。

(3) k は定数とする。$y = xf(x) - k$ のグラフと $y = ax^2$ のグラフの共有点の個数を求めよ。