

2017 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

文系学部

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 答案用紙は 3 枚である。
- 3 答えは、各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。
- 4 答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 5 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. $\triangle ABC$ において, $\angle A$ は直角で, $\angle B < \angle C$ とし, $BC = 2$ とする。 $\angle B = \theta$ とおくとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 辺 AB , AC の長さ, および $\triangle ABC$ の面積 S を θ を用いて表せ。
- (2) $\triangle ABC$ の内接円 O の半径 r を θ を用いて表せ。
- (3) 辺 BC の垂直二等分線が, 内接円 O と接するとき, θ と r の値を求めよ。

2. 次の問いに答えよ。ただし, ${}_m C_k$ は m 個から k 個取る組合せの総数を表す。

- (1) $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ に対して, ${}_7 C_k$ は 7 の倍数であることを示せ。
- (2) p は素数とし, k は $1 \leq k \leq p-1$ を満たす自然数とする。 ${}_p C_k$ は p の倍数であることを示せ。
- (3) すべての自然数 n に対して, $n^7 - n$ は 7 の倍数であることを数学的帰納法を用いて示せ。

3. $a > 0$ とし、放物線 $C : y = a(x-1)^2 + 1$ を考える。 C 上の点 P における C の接線 l の方程式を $y = Ax + B$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) P の x 座標を s とするとき、 A と B を a と s を用いて表せ。
- (2) 接線 l は、原点 $O(0, 0)$ を通り、傾きは正であるとする。このとき、 l の方程式を求めよ。
- (3) (2) で求めた接線 l と放物線 C および y 軸で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (4) $\frac{S(a)}{\sqrt[4]{a}}$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

