2015年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 平面上の三角形 ABC で，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right| = 7$，$\left|\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right| = 5$，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right| = 6$ となるものを考える。また，三角形 ABC の内部の点 P は，

$$\overrightarrow{\mathrm{PA}} + s\overrightarrow{\mathrm{PB}} + 3\overrightarrow{\mathrm{PC}} = \overrightarrow{0} \quad (s > 0)$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \alpha\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \beta\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ とするとき，α と β を s を用いて表せ。

(2) 2 直線 AP，BC の交点を D とするとき，$\dfrac{\left|\overrightarrow{\mathrm{BD}}\right|}{\left|\overrightarrow{\mathrm{DC}}\right|}$ と $\dfrac{\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}\right|}{\left|\overrightarrow{\mathrm{PD}}\right|}$ を s を用いて表せ。

(3) 三角形 ABC の面積を求めよ。

(4) 三角形 APC の面積が $2\sqrt{6}$ となるような s の値を求めよ。

2. a, b は定数で, $ab > 0$ とする。放物線 $C_1 : y = ax^2 + b$ 上の点 P $(t,\ at^2 + b)$ における接線を ℓ とし，放物線 $C_2 : y = ax^2$ と ℓ で囲まれた図形の面積を S とする。次の問いに答えよ。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) ℓ と C_2 のすべての交点の x 座標を求めよ。

(3) 点 P が C_1 上を動くとき，S は点 P の位置によらず一定であることを示せ。

3. 座標平面上で，x 座標と y 座標がともに 0 以上の整数である点を，ここでは格子点とよぶ。格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(k,\ \ell)$ へ，両端点がともに格子点であり長さが 1 の線分を用いて，格子点 $(0,\ 0)$ から順に最も少ない本数でつなぐ方法を数える。例えば，格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(3,\ 1)$ へつなぐ方法の数は 4 である。次の問いに答えよ。

(1) 格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(4,\ 0)$ へつなぐ方法の数と，格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(2,\ 2)$ へつなぐ方法の数を，それぞれ求めよ。

(2) 条件 $k+\ell=5$ を満たす格子点 $(k,\ \ell)$ を考える。格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(k,\ \ell)$ へつなぐ方法の数を，この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を求めよ。

(3) 条件 $k+\ell=n$ $(n \geqq 1)$ を満たす格子点 $(k,\ \ell)$ を考える。格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(k,\ \ell)$ へつなぐ方法の数を，この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を n を用いて表せ。

(4) 条件 $k+\ell=n$（k と ℓ はともに偶数で，$n \geqq 2$）を満たす格子点 $(k,\ \ell)$ を考える。格子点 $(0,\ 0)$ から格子点 $(k,\ \ell)$ へつなぐ方法の数を，この条件を満たすすべての格子点について足し合わせた数を n を用いて表せ。