2013年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 座標平面上に 2 点 $\mathrm{P}\left(\sqrt{3},\ 0\right)$，$\mathrm{Q}\left(\cos\theta,\ 1-\sin\theta\right)$ がある。次の問いに答えよ。

(1) $\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|^2$ を θ で表せ。

(2) $\dfrac{7\pi}{12}=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{4}$ を用いて，$\sin\dfrac{7\pi}{12}$ の値を求めよ。

(3) $\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta\leqq\pi$ における $\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right|^2$ の最大値と最小値を求めよ。また，最大値，最小値を与える θ の値を求めよ。

2. 座標平面上の点 P は，硬貨を 1 回投げて表が出れば x 軸の正の方向に 2，裏が出れば y 軸の正の方向に 1 だけ進むことにする。最初，P は原点にある。硬貨を 5 回投げた後の P の到達点について，次の問いに答えよ。

(1) P の到達点が $(10,\ 0)$ となる確率を求めよ。また，$(6,\ 2)$ となる確率を求めよ。

(2) 2 点 $(10,\ 0)$，$(6,\ 2)$ を通る直線 ℓ の方程式を求めよ。また，P の到達点はすべて直線 ℓ 上にあることを示せ。

(3) (2) で求めた直線 ℓ と原点との距離を求めよ。

(4) P の到達点と原点との距離 d が，$2\sqrt{5}<d\leqq 5$ となる確率を求めよ。

3. 実数 x に対して，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = |x^2 - 6x + 5| - x^2 + 4x + 5$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) $0 \leqq x \leqq 6$ において，$f(x)$ は $x = a$ で最大値 $f(a)$ を，$x = b$ で最小値 $f(b)$ をとる。a，b および $f(a)$，$f(b)$ を求めよ。

(3) (2) で求めた a，b について，定積分 $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$ を求めよ。