2012年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

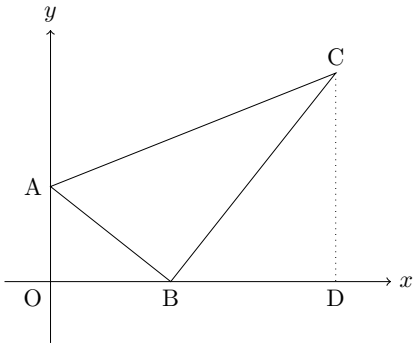
5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. O を原点とする座標平面に点 A $(0,\ \sin\theta)$，B $(\cos\theta,\ 0)$ がある。ただし，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ とする。また，点 C を $\mathrm{AC} = 2$，$\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{\pi}{2}$ を満たす第 1 象限の点とする。さらに，点 C から x 軸に垂線 CD を下ろす。次の問いに答えよ。

(1) AB，BC を求めよ。また，$\angle\mathrm{OBA}$ と $\angle\mathrm{CBD}$ および点 C の座標を θ を用いて表せ。

(2) 台形 AODC の面積を S とするとき，$S \leqq 1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を示せ。また，等号が成り立つとき，θ の値を求めよ。

(3) $\mathrm{AO} + \mathrm{CD} \leqq 2$ を示せ。また，等号が成り立つとき，θ の値を求めよ。



2. 曲線 $C : y = |x^2 - 2x|$ と傾きが m の直線 $\ell : y = mx$ について，次の問いに答えよ。

(1) 曲線 $y = -x^2 + 2x$ と ℓ が接する m の値を求めよ。

(2) C と ℓ が原点以外の相異なる 2 点で交わるような m の範囲を求めよ。また，そのときの 2 つの交点の座標を m を用いて表せ。

(3) m は (2) で求めた範囲にあるとする。$x \geqq 2$，$y \leqq mx$，$y \geqq |x^2 - 2x|$ で定まる部分の面積 S を m を用いて表せ。

3. $\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $\log_{10}\left(\dfrac{2}{3}\right)$，$\log_{10}\left(\dfrac{1}{2}\right)$ の値を求めよ。

(2) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^m \geqq \dfrac{1}{10}$，$\left(\dfrac{1}{2}\right)^n \geqq \dfrac{1}{10}$ を満たす最大の自然数 m，n を求めよ。

(3) 連立不等式 $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x \left(\dfrac{1}{2}\right)^y \geqq \dfrac{1}{10}$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ の表す領域を座標平面に図示せよ。

(4) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^m \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \geqq \dfrac{1}{10}$ を満たす自然数 m と n の組 $(m,\ n)$ をすべて求めよ。