

入学試験過去問題

数 学

金沢大学（文系）

対象年度：2008 年

試験時間：90 分

問題数：3 問

第 1 問

実数 a に対して, 関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = -(a+1)x - 1, \quad g(x) = 2x + \frac{a}{3}$$

とし, $m(a) = \int_0^1 f(x)g(x) dx$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $m(a) > 0$ を満たす a の値の範囲を求めよ。
- (2) (1) で求めた a の値の範囲において, 関数 $h(x) = g(x) - m(a)f(x)$ を考える。このとき, $\int_0^1 f(x)h(x) dx = 0$ となる a の値を求めよ。

第 2 問

xyz 空間において、原点 O を中心とする半径 1 の球面 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 、および S 上の点 $A(0, 0, 1)$ を考える。 S 上の A と異なる点 $P(x_0, y_0, z_0)$ に対して、2 点 A, P を通る直線と xy 平面の交点を Q とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{AQ} = t\overrightarrow{AP}$ (t は実数) とおくとき、 $\overrightarrow{OQ}$ を $t, \overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OA}$ を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{OQ}$ の成分表示を x_0, y_0, z_0 を用いて表せ。
- (3) 球面 S と平面 $y = \frac{1}{2}$ の共通部分が表す図形を C とする。点 P が C 上を動くとき、 xy 平面上における点 Q の軌跡を求めよ。

第 3 問

$0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲で定義された関数

$$f(\theta) = a \sin \theta \cos \theta + b(\sin \theta - \cos \theta) - 1$$

を考える。ただし、 a, b は正の実数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $t = \sin \theta - \cos \theta$ として、 $f(\theta)$ を a, b, t を用いて表せ。また、 t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) 等式 $f(\theta) = 0$ を満たす θ が存在するような点 (a, b) 全体からなる領域を座標平面上に図示せよ。