2007年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 関数 $f(x) = -x^2 + 6x + 2|x-3| - 6$ について，次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = ax$ が 4 点を共有するような a の値の範囲を求めよ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = \dfrac{3}{5}x$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

2. 点 O を原点とする xy 平面上に，3 点 $\mathrm{P}(1,\ 0)$，$\mathrm{Q}(\cos\theta,\ \sin\theta)$，$\mathrm{R}(\sin\theta,\ -\cos\theta)$ をとる。角 θ は $15^\circ \leqq \theta \leqq 45^\circ$ の範囲にあるとし，$\triangle\mathrm{OPQ}$ と $\triangle\mathrm{OPR}$ の面積をそれぞれ S と T とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\theta < \alpha < \theta + 90^\circ$ を満たす角 α に対して点 $\mathrm{A}(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$ をとる。$\triangle\mathrm{OPA}$ の面積と線分 QR の長さの積が $S + T$ に等しくなるとき，α を θ を用いて表せ。

(2) θ が $15^\circ \leqq \theta \leqq 45^\circ$ を満たしながら変化するとき，$T - S$ のとりうる値の範囲を求め，$T - S$ が最大値をとるときの θ の値を求めよ。

(3) θ を (2) で求めた値とする。このとき S と T の値を求めよ。また，点 $\mathrm{Q}'(-\cos\theta,\ -\sin\theta)$ に対して，$\triangle\mathrm{PQQ}'$ の面積を求めよ。

3. xy 平面上で不等式 $y \geqq x^2 - 7x + \dfrac{49}{4}$ の表す領域を D とするとき，次の問いに答えよ。

(1) さいころを続けて 2 回投げたとき，1 回目に出た目を m，2 回目に出た目を n とする。このとき，点 $(m,\ n)$ が D に属する確率を求めよ。

(2) さいころを 1 回投げたときに出た目を k とする。この k に対して 2 点 $\mathrm{P}\,(k,\ k+1)$，$\mathrm{Q}\,(k+1,\ k-1)$ が両方とも D に属するときは，P と Q を通る直線と放物線 $y = x^2 - 7x + \dfrac{49}{4}$ とで囲まれた部分の面積を得点とする。また，P，Q の少なくとも一方が D に属さないときの得点は 0 とする。こうして定まる得点の期待値を求めよ。