

2006 年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

文系学部

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 答案用紙は 3 枚である。
- 3 答えは、各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。
- 4 答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 5 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

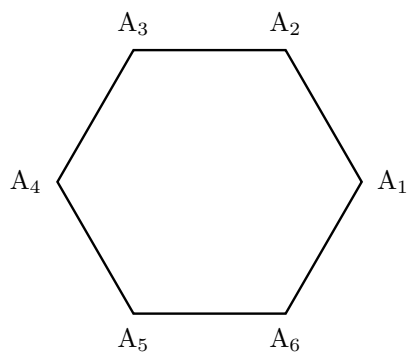
1. 放物線 $y = -x^2 + 2x$ を H_1 , また放物線 $y = x^2$ を H_2 で表す。 H_1 上の点 $P(a, -a^2 + 2a)$ における H_1 の接線を ℓ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 接線 ℓ の方程式を求めよ。また、 a の値に関係なく、 ℓ は H_2 と異なる 2 点で交わることを示せ。
- (2) 接線 ℓ と放物線 H_2 の異なる 2 つの交点を結ぶ線分の中点を Q とする。点 P が H_1 上を動くとき、点 Q の軌跡 C の方程式を求めよ。
- (3) (2) の軌跡 C と放物線 H_1 および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

2. O を原点とする座標平面上に 2 点 $A(1, 1)$, $B(3, -1)$ がある。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (2) t が $0 \leq t \leq 2$ を満たしながら変化するとき、 $\overrightarrow{OP} = \vec{a} + t\vec{b}$ で定められる点 P の動く範囲を図示せよ。
- (3) s, t が $1 \leq s \leq 3, 0 \leq t \leq 2$ を満たしながら変化するとき、 $\overrightarrow{OQ} = s\vec{a} + t\vec{b}$ で定められる点 Q の動く範囲の面積を求めよ。

3. 図のように頂点が A_1 から A_6 である 1 辺の長さが 2 の正六角形がある。
さいころを投げて出た目 k と頂点 A_k を対応させる。さいころを 3 回投げて
出た目がすべて異なるときには、対応する頂点を結んで三角形ができ、それ
以外の場合には線分か点ができる。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) $\triangle A_1A_2A_3$, $\triangle A_1A_3A_4$, $\triangle A_1A_3A_5$ の面積をそれぞれ求めよ。
- (2) サイコロを 3 回投げたとき、三角形ができない確率を求めよ。
- (3) サイコロを 3 回投げたとき、 $\triangle A_1A_2A_3$ と合同な三角形ができる確率を求めよ。
- (4) サイコロを 3 回投げたときにできる図形の面積の期待値を求めよ。ただし、線分と点の面積は 0 とする。

