2004年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 座標平面上で動点Pが，x 軸の正の方向へ1進むことを文字aで表し，y 軸の正の方向へ1進むことを文字bで表し，停留することを文字cで表す。a，b，cからなる文字列が与えられたとき，点Pは原点を出発し，その文字列に従って移動する。たとえば，長さ4の文字列acabに対しては，点Pは原点 $(0,\ 0)$ から出発して，$(1,\ 0)$，$(1,\ 0)$，$(2,\ 0)$，$(2,\ 1)$ と移動し，点 $(2,\ 1)$ が到達点となる。

(1) n を自然数とする。長さ n の文字列のなかで，点Pの到達点の x 座標と y 座標の和が n となる文字列は何個あるか。また，その理由を説明せよ。

(2) k，n を自然数とし，$1 \leqq k \leqq n$ とする。長さ n の文字列のなかで，点Pの到達点の x 座標と y 座標の和が k となる文字列の個数を $F_n(k)$ とする。$F_n(k)$ を k と n を用いて表せ。

(3) 自然数 n が与えられたとき，$F_n(k)$ が最大になる自然数 k の値を求めよ。

2. 座標平面上の曲線 $C : y = |x^2 - 1|$ と傾き a の直線 $l : y = a(x+1)$ が異なる3点で交わっているとする。

(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) C と l で囲まれた2つの図形の面積の和 S を a を用いて表せ。

(3) S が最小になる a の値を求めよ。

3. 複素数 z に対し，$w = iz^2$ とおく。ただし，i は虚数単位である。

(1) $z = a(\cos\theta + i\sin\theta)$（$a$ は正の実数）において，θ が $0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ の範囲を動くとき，w がえがく図形を複素数平面上に図示せよ。

(2) $z = x + iy$（x，y は実数）が直線 $x = 1$ 上を動くとき，w がえがく図形を複素数平面上に図示せよ。

(3) $z = x + iy$（x，y は実数）において，x，y が $0 \leqq x \leqq 1$，$0 \leqq y \leqq 1$，$x^2 + y^2 \geqq 1$ をみたしながら動くとき，w が動く範囲を複素数平面上に図示せよ。