2003年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 定積分

$$\int_{-1}^{1} \frac{1}{2}(ax+b)^2\,dx$$

を $I(a,\,b)$ とおく。

(1) $I(a,\,b)$ を a，b の多項式で表せ。

(2) $b = a+1$ のとき，$I(a,\,b)$ が最小となるような a およびそのときの $I(a,\,b)$ の値を求めよ。

(3) $I(a,\,b) = 1$ かつ $b = ma+n$ となる $(a,\ b)$ がちょうど 1 組のとき，実数 m，n の満たす条件を求めよ。

2. 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = -4$，$a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+3}n - 13\cdot 2^{n+1}$ $(n = 1,\,2,\,3,\,\cdots)$ により定められているとする。

(1) $b_n = \dfrac{a_n}{2^n}$ とおくとき b_n と b_{n+1} の満たす関係式を導き，$\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_n > a_{n+1}$ となるような n の値をすべて求めよ。

(3) a_n が最小となるような n の値をすべて求めよ。

3. x の 3 次関数 $f(x) = x^3 - kx^2 + 4k$ について以下の問いに答えよ。

(1) $x \geqq 0$ のときつねに $f(x) \geqq 0$ となるような定数 k の値の範囲を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが k の値によらずに通る 2 つの点 $\mathrm{A}\,(a,\ f(a))$，$\mathrm{B}\,(b,\ f(b))$ $(a < b)$ を求めよ。さらに $a < x < b$ のときつねに $y = f(x)$ のグラフが線分 AB よりも上にあるような定数 k の値の範囲を求めよ。