2001年度入学者選抜学力検査問題

（前期日程）

数　　学

文系学部

（注　意）

1　問題紙は指示があるまで開かないこと。

2　答案用紙は3枚である。

3　答えは，各問題番号が書かれた答案用紙の解答欄に記入すること。

4　答案用紙の網かけの部分や裏面には記入しないこと。

5　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1. 平面上に，同一直線上にない 3 定点 O，A，B があり，線分 OA，OB の長さはそれぞれ 9，4 である。動点 P，Q は同時に O を出発し，P は線分 OA 上を秒速 3 で，Q は線分 OB 上を秒速 2 でそれぞれ往復運動をくり返しているとする。このとき次の問いに答えよ。

(1) 出発してから初めて P，Q が O で出会うのは何秒後か。

(2) 出発してから 5 秒後の PQ の長さは 4 であった。∠AOB の余弦と正弦の値を求めよ。

(3) 出発してから t 秒後の OP，OQ の長さをそれぞれ x，y とする。点 $(x,\ y)$ の軌跡を $0 \leqq t \leqq 6$ の範囲で xy 平面上に図示せよ。

2. 方程式 $z^6 + 1 = 0$ を満たす 6 個の複素数を，偏角 θ（$0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$）の小さい順に $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_6$ とする。このとき次の問いに答えよ。

(1) $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_6$ を求め，複素数平面上に図示せよ。

(2) $\alpha_k \alpha_l = \dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{2}$ となる $(k,\ l)$ を求めよ。

(3) 複素数 $z \neq 0$ に対し，サイコロを振って出た目が k ならば α_k をかけるという操作を行う。こうして得られた複素数に対し，再びサイコロを振り同じ操作を行って得られる複素数を w とする。複素数 0，z，w の表す 3 点が正三角形をなす確率を求めよ。

3. 2つの2次関数 $y=-x^2+1$ と $y=qx^2+px+2$ が $0<x<1$ の範囲で共有点をもち，かつその点で共通の接線をもつとする。このとき次の問いに答えよ。

(1) 上の条件を満たすような点 $(p,\ q)$ を pq 平面上に図示せよ。

(2) 共有点の x 座標を α（$0<\alpha<1$）とし，

$$f(x)=\begin{cases} qx^2+px+2 & (0 \leqq x<\alpha) \\ -x^2+1 & (\alpha \leqq x \leqq 1) \end{cases}$$

とおく。このとき積分 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ を p で表せ。