

確 認 試 験 問 題

図 形 と 方 程 式

(配点 100 点)

(日付) 年 月 日

(開始)

--	--	--	--	--

 ~ (90 分) ~

--	--	--	--	--

 (終了)

注 意 事 項

1. 上の日付の欄に、試験を行う日付を記入しなさい。
2. 上の開始と終了の欄に、試験開始予定の時刻とその 90 分後の時刻を、それぞれ記入しなさい。試験はその時間内に行われます。
3. 試験に関係の無い物の持ち込みは、原則として認められません。
4. 試験時間中は、アラーム機能以外での電子機器の使用は認められません。
5. 試験開始の時刻になるまで、この試験の問題を見てはいけません。
6. この問題冊子は全部で 7 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があれば、監督者に知らせなさい。
7. この試験は 6 問で構成されています。解答用紙は第 1 問から第 6 問までに対応するものを用意しなさい。
8. 解答には、黒色鉛筆か、または黒色シャープペンシルを使用しなさい。
9. 解答用紙の指定欄に、試験名、氏名、学生番号を記入しなさい。
10. 問題ごとに、解答欄が指定されています。解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
11. 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
12. この問題冊子の余白は、書き込みに関しては自由に使用してもよいが、どのページも破棄してはいけません。
13. 試験時間中は、やむを得ない場合を除き、退場してはいけません。
14. 試験後は、問題用紙と解答用紙を自由に活用しなさい。

第 1 問

(配点 24)

座標平面上の図形について、以下の各問いに答えよ。

- (1) 2 点 $(1, 1)$, $(2, 3)$ を $2:1$ に内分する点を A とし, 2 点 $(-2, -4)$, $(1, -5)$ を $5:3$ に外分する点を B とする。線分 AB の中点の座標を求めよ。
- (2) 直線 $2x + 3y + 1 = 0$ に関して, 点 $(3, 2)$ と対称な点の座標を求めよ。
- (3) k を実数として, 直線 $(2k + 1)x + (3k - 1)y + 8k + 7 = 0$ は, k の値とは無関係にある定点 P を通る。 P の座標を求めよ。
- (4) 円 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ の点 $(5, 5)$ における接線の方程式を求めよ。
- (5) 3 点 $(-13, 7)$, $(-11, 13)$, $(-9, -1)$ を通る円の中心と半径を求めよ。
- (6) 不等式 $(x^2 - 2x + y^2 - 3)(x + y + 1) < 0$ で表される領域を図示せよ。

第 2 問

(配点 13)

座標平面上の，点 (x_0, y_0) と直線 $ax + by + c = 0$ との距離 d は，

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

で与えられることを示せ。

第 3 問

(配点 12)

座標平面上に、円 $C: x^2 + y^2 + 8x - 2y + 13 = 0$ と直線 $\ell: y = 2x + k$ がある。

- (1) C と直線 ℓ が 2 つの交点を持つような k の値の範囲を求めよ。
- (2) k は (1) で求めた範囲にあるとする。 ℓ が C によって切り取られる弦の長さが $\sqrt{2}$ となるとき、 k の値を求めよ。

第 4 問

(配点 14)

k を正の実数とし、座標平面上に、円 $x^2 + y^2 = 4$ と円 $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = k$ を定める。

- (1) 次の条件を満たすときの k の値あるいはとりうる値の範囲をそれぞれ求めよ。
 - (i) 2 円が共有点をもたないときの k のとりうる値の範囲。
 - (ii) 片方の円がもう一方の円に内接するときの k の値。
 - (iii) 2 円が 2 個の共有点をもつときの k のとりうる値の範囲。
- (2) k の値が (1) の (iii) で求めた範囲にあるとする。次の条件を満たすときの k の値を求めよ。
 - (a) 2 円の 2 個の共有点を通る直線が、点 $(-3, 4)$ を通る。
 - (b) 2 円の 2 個の共有点と、点 $(-1, -4)$ を通る半径 $2\sqrt{5}$ の円が存在する。

第 5 問

(配点 18)

座標平面上を動く点の軌跡について考える。以下の各問いにそれぞれ答えよ。

- (1) 2点 $A(4, 1)$, $B(-3, 0)$ を定める。点 C が, $AC : BC = 3 : 2$ を満たすように動くとき, C の軌跡を求めよ。
- (2) 2点 $P(3, 0)$, $Q(-2, 0)$ を定める。放物線 $y = x^2$ 上の1点 R が, これら3点が一直線上にないように動くとき, $\triangle PQR$ の重心 G の軌跡を求めよ。

第 6 問

(配点 19)

実数 x, y が, 不等式

$$y \leq 2x + 3, \quad 2y \geq x + 1, \quad x + 3y \leq 7$$

をすべて満たしているとする。

- (1) 上の不等式を満たす x, y について, 点 (x, y) のとりうる範囲を座標平面上に図示せよ。
- (2) 上の不等式を満たす x, y について, $x + y$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) 上の不等式を満たす x, y について, $x^2 + 6x + y^2 - 2y$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (4) 上の不等式を満たす x, y について, $\frac{y+5}{x+5}$ のとりうる値の範囲を求めよ。