

確認試験問題

図形の性質

(配点 100点)

(日付) _____ 年 _____ 月 _____ 日

(開始)

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

 :

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

 ~ (90分) ~

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

 (終了)

注意事項

1. 上の日付の欄に、試験を行う日付を記入しなさい。
2. 上の開始と終了の欄に、試験開始予定の時刻とその90分後の時刻を、それぞれ記入しなさい。試験はその時間内に行われます。
3. 試験に関係の無い物の持ち込みは、原則として認められません。
4. 試験時間中は、アラーム機能以外での電子機器の使用は認められません。
5. 試験開始の時刻になるまで、この試験の問題を見てはいけません。
6. この問題冊子は全部で7ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があれば、監督者に知らせなさい。
7. この試験は5問で構成されています。解答用紙は第1問から第5問までに対応するものを用意しなさい。
8. 解答には、黒色鉛筆か、または黒色シャープペンシルを使用しなさい。
9. 解答用紙の指定欄に、試験名、氏名、学生番号を記入しなさい。
10. 問題ごとに、解答欄が指定されています。解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
11. 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
12. この問題冊子の余白は、書き込みに関しては自由に使用してもよいが、どのページも破棄してはいけません。
13. 試験時間中は、やむを得ない場合を除き、退場してはいけません。
14. 試験後は、問題用紙と解答用紙を自由に活用しなさい。

第 1 問

(配点 20)

三角形の五心は重心, 内心, 外心, 垂心, 傍心である。それぞれについて定義を述べよ。
また, 適当な鋭角三角形を 5 つ描き, 五心それぞれについて 1 つずつ三角形を対応させ,
その性質が分かるように三角形の上に図示せよ。

第 2 問

(配点 16)

鋭角三角形 ABC の外心を O, 垂心を H, 重心を G とする。

- (1) 三角形 ABC が正三角形でないとする。点 O から辺 BC に垂線を下ろし、その足を L とする。このとき、 $AH = 2OL$ であることを示せ。
- (2) 三角形 ABC が正三角形でないとする。3点 O, G, H は一直線上にあることを示せ。また、 $OG : GH = 1 : 2$ であることを示せ。
- (3) 三角形 ABC が正三角形であるとき、3点 O, G, H は一致することを示せ。

第 3 問

(配点 16)

三角形 ABC の 3 辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 D, E, F があり, AD, BE, CF は 1 点 I で交わっている。また, EF と BC は平行でなく, 半直線 EF と直線 BC は点 K で交わっている。

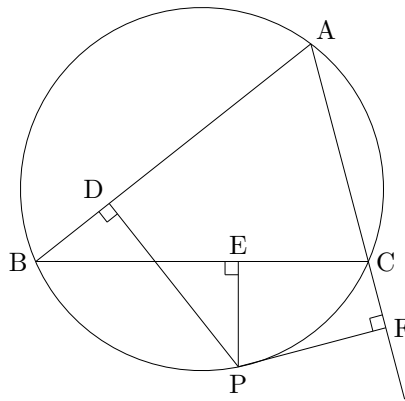
- (1) $BD : CD = BK : CK$ が成り立つことを示せ。
- (2) I が $\triangle ABC$ の内心であるとき, 2 直線 AD, AK は垂直に交わることを示せ。

第 4 問

(配点 16)

三角形 ABC とその外接円 S を考える。 S 上の、点 A を含まない弧 BC から、 B 、 C と異なる 1 点 P をとり、直線 AB 、 BC 、 CA に、それぞれ垂線 PD 、 PE 、 PF を下ろす。

- (1) $\angle PBD = \angle PEF$ であることを示せ。
- (2) 3 点 D 、 E 、 F は一直線上にあることを示せ。

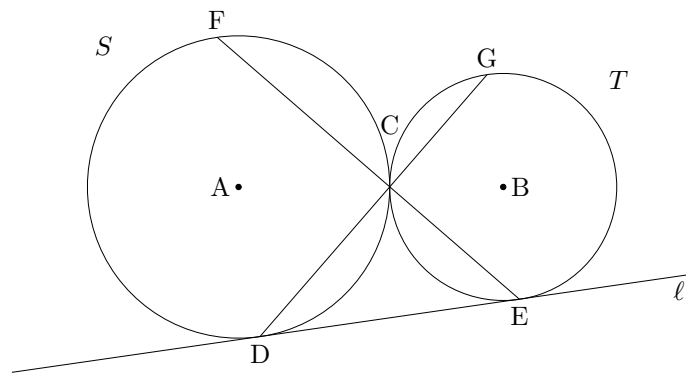


第 5 問

(配点 16)

中心を A とする半径 4 の円 S と、中心を B とする半径 3 の円 T が点 C で外接しており、直線 l が、2 つの円 S, T と、異なる点 D, E においてそれぞれ接している。半直線 EC と円 S との点 C でない交点を F 、半直線 DC と円 T との点 C でない交点を G とする。

- (1) 線分 DE の長さを求めよ。
- (2) 線分の長さの積についての 2 つの式 $DC \cdot DG$, $EC \cdot EF$ の値は等しいことを示し、その値を求めよ。
- (3) 点 E から、円 S と異なる 2 点で交わるように半直線を伸ばし、その交点を H, I とする。ただし、3 点 E, H, I はこの順で一直線上にあるとする。 $HI = 6$ のとき、線分 EH の長さを求めよ。



第 6 問

(配点 16)

以下の各問いにそれぞれ答えよ。

- (1) 三角形 ABC の辺 BC 上に、点 B, C とは異なる点 D をとる。 $\angle ADB$ の二等分線と辺 AB の交点を E , $\angle ADC$ の二等分線と辺 AC の交点を F とする。このとき、3つの線分 AD, BF, CE は一点で交わることを示せ。
- (2) 平行四辺形 $ABCD$ の、周でない内部に点 P をとる。点 P を通り、辺 AB に平行な直線と、辺 AD, BC との交点をそれぞれ E, F とする。同様に、点 P を通り、辺 AD に平行な直線と、辺 AB, CD との交点をそれぞれ G, H とする。2つの直線 EH, FG が点 I で交わる時、3点 I, A, C は一直線上にあることを示せ。