

# 確認試験問題

## 場合の数

(配点 100点)

(日付) \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

(開始) 

--	--	--	--	--

 : 

--	--	--	--

 ~ (90分) ~ 

--	--	--	--	--

 (終了)

## 注意事項

1. 上の日付の欄に、試験を行う日付を記入しなさい。
2. 上の開始と終了の欄に、試験開始予定の時刻とその90分後の時刻を、それぞれ記入しなさい。試験はその時間内に行われます。
3. 試験に関係の無い物の持ち込みは、原則として認められません。
4. 試験時間中は、アラーム機能以外での電子機器の使用は認められません。
5. 試験開始の時刻になるまで、この試験の問題を見てはいけません。
6. この問題冊子は全部で7ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があれば、監督者に知らせなさい。
7. この試験は6問で構成されています。解答用紙は第1問から第6問までに対応するものを用意しなさい。
8. 解答には、黒色鉛筆か、または黒色シャープペンシルを使用しなさい。
9. 解答用紙の指定欄に、試験名、氏名、学生番号を記入しなさい。
10. 問題ごとに、解答欄が指定されています。解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
11. 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
12. この問題冊子の余白は、書き込みに関しては自由に使用してもよいが、どのページも破棄してはいけません。
13. 試験時間中は、やむを得ない場合を除き、退場してはいけません。
14. 試験後は、問題用紙と解答用紙を自由に活用しなさい。

## 第 1 問

(配点 19)

問い A, B, C に答えよ。

### A

- (1) 100 以下の自然数のうち, 3 の倍数であるものの個数を求めよ。
- (2) 100 以下の自然数のうち, 5 の倍数であるものの個数を求めよ。
- (3) 100 以下の自然数のうち, 3 の倍数か 5 の倍数の少なくとも一方に当てはまるものの個数を求めよ。
- (4) 100 以下の自然数のうち, 3 の倍数でも 5 の倍数でもないものの個数を求めよ。
- (5) 100 以下の自然数のうち, 3 の倍数ではあるが, 5 の倍数ではないものの個数を求めよ。

### B

有限集合  $U$  とその部分集合  $A, B$  があり,  $U$  の要素の個数は 128,  $A$  の要素の個数は 55,  $B$  の要素の個数は 36 である。このとき,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$  の要素の個数がとりうる値の範囲を求めよ。

### C

集合  $A$  において,  $A$  の部分集合全体の集合を  $2^A$  と表す。すなわち,

$$2^A = \{X \mid X \subset A\}$$

である。例えば,  $P = \{1, 2, 3\}$  とするとき,

$$2^P = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

であり,  $2^P$  の要素の個数は 8 個である。ただし,  $\emptyset$  は空集合を表す。有限集合  $U$  の要素の個数を  $|U|$  で表すとき, 有限集合  $A$  について

$$|2^A| = 2^{|A|}$$

が成り立つことを説明せよ。

## 第 2 問

(配点 14)

赤, 青, 黄の 3 つのさいころがある。それぞれのさいころの 6 面には, 1 から 6 までの整数が 1 つずつ書かれている。

- (1) 赤と青のさいころを投げる。出た目の和が偶数になる場合は何通りあるか求めよ。
- (2) 赤と青のさいころを投げる。出た目の積が 4 の倍数になる場合は何通りあるか求めよ。
- (3) 赤と青と黄のさいころを投げる。出た目の積が 8 の倍数になる場合は何通りあるか求めよ。

### 第 3 問

(配点 16)

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の数字があり, これらから相異なる 5 つの数字を選んで並べ, 5 桁の整数を作る。先頭に 0 が並ぶことは無いものとする。

- (1) 並べ方は全部で何通りあるか求めよ。
- (2) 偶数となる並べ方は全部で何通りあるか求めよ。
- (3) 34000 より大きい数となる並べ方は全部で何通りあるか求めよ。
- (4) 並べて作ることのできる 5 桁の数のうち, 小さい方から数えて 1000 番目の数を求めよ。

## 第 4 問

(配点 18)

男子が 4 人、女子が 3 人の合計 7 人がいる。並べる際に各人は区別する。一列に並ぶ際は先頭と最後尾を区別するものとし、円状に並ぶ際は回転させて一致する並び方は区別しないものとする。

- (1) 7 人のうち 4 人を選んで、一列に並ぶとき、並び方は全部で何通りあるか求めよ。
- (2) 7 人のうち 4 人を選んで組を作るとき、選び方は全部で何通りあるか求めよ。
- (3) 7 人が一列に並ぶとき、女子が隣り合わない並び方は全部で何通りあるか求めよ。
- (4) 男子 4 人全員と、女子のうち 2 人を選び、合計 6 人が円状に並ぶ方法は全部で何通りあるか求めよ。
- (5) 7 人が円状に並ぶとき、女子が隣り合わない並び方は全部で何通りあるか求めよ。
- (6) 7 人を、3 人、2 人、2 人の組に分ける方法は全部で何通りあるか求めよ。

## 第 5 問

(配点 18)

次の図を参照し、以下の問いに答えよ。

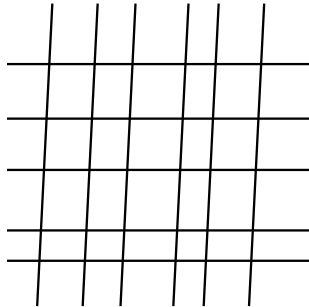


図 5.1

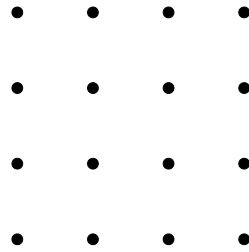


図 5.2

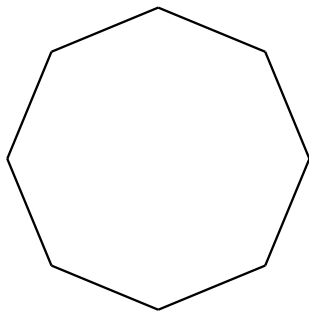


図 5.3

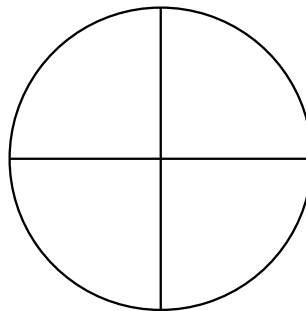


図 5.4

- (1) 図 5.1 のように、6 本の平行な直線と、それらとは平行でない 5 本の平行な直線が交わっている。図の中に、平行四辺形はいくつあるか求めよ。
- (2) 図 5.2 のように、縦と横に等間隔に  $4 \times 4$  の 16 点がある。この点のうち 4 つを頂点とする正方形を作る方法は全部で何通りあるか求めよ。
- (3) 図 5.3 のように、正八角形がある。この頂点から 3 点を選び、内部に三角形を作る方法は何通りあるか求めよ。ただし、頂点が異なる場合、合同な三角形も区別するものとする。
- (4) 図 5.3 の正八角形に対角線は全部で何本あるか求めよ。
- (5) 図 5.4 のように、円の内部が、円の中心から円周に伸びる線分によって 4 等分されている。4 等分されたものそれぞれを部屋と呼び、線分を共有する部屋を隣り合う部屋と呼ぶ。5 種類の色から好きなだけ選び、隣り合う部屋が同じ色にならないように着色するとき、塗り方は全部で何通りあるか求めよ。ただし、回転させて一致する塗り方は区別しないものとする。

## 第 6 問

(配点 15)

自然数  $n$  と実数  $a, b$  について,

$$(a + b)^n = a^n + {}_n C_1 a^{n-1} b + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \cdots + {}_n C_{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

が成り立つ。必要に応じてこのことを用い、以下の各問いにそれぞれ答えよ。

- (1) 自然数  $n$  について、次の等式を示せ。

$${}_n C_0 + {}_n C_1 + {}_n C_2 + \cdots + {}_n C_{n-1} + {}_n C_n = 2^n$$

- (2)  $x$  と  $y$  についての式  $(x + 2y)^{12}$  を展開し、同類項をまとめたときの、 $x^8 y^4$  の係数を求めよ。
- (3) 自然数  $n$  について、 $8^n - 3^n$  は 5 の倍数であることを示せ。
- (4) 自然数  $n$  について、ある整数の  $n$  乗を 100 で割ったときの余りは、その整数の 100 の位以上の数値に依らないことを示せ。