

入学試験過去問題  
数学

北海道大学（理系）

対象年度：2026年

試験時間：120分

問題数：5問

## 第 1 問

数列  $\{a_n\}$  は次の条件を満たすとする。

$$a_1 = -8, \quad a_{n+1}(a_n + 1) = 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

- (1)  $a_n \neq -2$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を示せ。
- (2)  $b_n = \frac{1}{a_n + 2}$  とおく。  $b_{n+1}$  を  $b_n$  で表せ。
- (3)  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

## 第 2 問

関数  $f(x)$  を次によって定める。

$$f(x) = \int_0^x \left\{ \sin(x-t) - \frac{t}{4} \right\}^2 dt$$

次の問いに答えよ。

(1)  $\int_0^x t \sin(x-t) dt$  を  $x$  の式で表せ。

(2)  $f(x)$  を求めよ。

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$  を求めよ。

### 第 3 問

複素数平面上に原点  $O$  を中心とする半径  $1$  の円  $C$  を考える。次の問いに答えよ。

- (1)  $C$  上の点  $\alpha$  は  $|\alpha + \bar{\alpha}| = |\alpha - \bar{\alpha}|$  を満たし、 $\alpha$  の偏角  $\theta$  は  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  を満たすとする。 $\alpha$  を求めよ。
- (2)  $\beta$  は虚部が正の複素数で、 $\beta^3 = 1$  を満たすとする。点  $z$  が  $\beta$  を除く  $C$  上を動くとき、 $w(z - \beta) = 1$  を満たす点  $w$  が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

## 第 4 問

O を原点とする座標空間に 2 点  $P(1, 0, 3)$ ,  $Q(0, 2, 3)$  をとる。実数  $h$  は  $h > 3$  を満たすとし、点  $C(0, 0, h)$  をとる。3 点  $C, P, Q$  を通る平面を  $\alpha$  とする。さらに、 $\alpha$  と  $x$  軸との交点を  $A$ ,  $\alpha$  と  $y$  軸との交点を  $B$  とおく。四面体  $OABC$  の体積を  $V$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $A$  の  $x$  座標を  $h$  を用いて表せ。
- (2)  $V$  を  $h$  を用いて表せ。
- (3)  $h$  が  $h > 3$  を満たす実数全体を動くとき、 $V$  の最小値を求めよ。

## 第 5 問

1 個のさいころを投げる試行を繰り返す。最初の持ち点は 1 とし、3 の目が出たときは持ち点を 3 倍、5 の目が出たときは持ち点を 5 倍、3 と 5 以外の目が出たときは持ち点を 2 倍する。たとえば 3 回試行して出た目が順番に 6, 3, 5 のとき、持ち点は  $1 \times 2 = 2$ ,  $2 \times 3 = 6$ ,  $6 \times 5 = 30$  と変化し、最後の持ち点は 30 である。次の問いに答えよ。

- (1)  $n \geq 2$  とする。 $n$  回試行したとき、最後の持ち点が 4 の倍数となる確率を求めよ。
- (2) 持ち点のはじめて 15 以上となったとき試行を終了する。終了するまでに試行した回数の期待値を求めよ。