入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

北海道大学（理系）

対象年度： 2026 年

試験時間： 120 分

問題数： 5 問

$\boxed{1}$ 数列 $\{a_n\}$ は次の条件を満たすとする。

$$a_1 = -8, \quad a_{n+1}(a_n + 1) = 2 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1) $a_n \fallingdotseq -2 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を示せ。

(2) $b_n = \dfrac{1}{a_n + 2}$ とおく。b_{n+1} を b_n で表せ。

(3) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)$ を次によって定める。

$$f(x) = \int_0^x \left\{\sin(x-t) - \frac{t}{4}\right\}^2 dt$$

次の問いに答えよ。

(1) $\displaystyle\int_0^x t\sin(x-t)\,dt$ を x の式で表せ。

(2) $f(x)$ を求めよ。

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^3}$ を求めよ。

$\boxed{3}$ 複素数平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 C を考える。次の問いに答えよ。

(1) C 上の点 α は $|\alpha + \overline{\alpha}| = |\alpha - \overline{\alpha}|$ を満たし，α の偏角 θ は $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ を満たすとする。α を求めよ。

(2) β は虚部が正の複素数で，$\beta^3 = 1$ を満たすとする。点 z が β を除く C 上を動くとき，$w(z-\beta) = 1$ を満たす点 w が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

$\boxed{4}$ O を原点とする座標空間に 2 点 P (1, 0, 3), Q (0, 2, 3) をとる。実数 h は $h > 3$ を満たすとし，点 C (0, 0, h) をとる。3 点 C, P, Q を通る平面を α とする。さらに，α と x 軸との交点を A，α と y 軸との交点を B とおく。四面体 OABC の体積を V とする。次の問いに答えよ。

(1) A の x 座標を h を用いて表せ。

(2) V を h を用いて表せ。

(3) h が $h > 3$ を満たす実数全体を動くとき，V の最小値を求めよ。

$\boxed{5}$ 1 個のさいころを投げる試行を繰り返す。最初の持ち点は 1 とし，3 の目が出たときは持ち点を 3 倍，5 の目が出たときは持ち点を 5 倍，3 と 5 以外の目が出たときは持ち点を 2 倍する。たとえば 3 回試行して出た目が順番に 6, 3, 5 のとき，持ち点は $1 \times 2 = 2$，$2 \times 3 = 6$，$6 \times 5 = 30$ と変化し，最後の持ち点は 30 である。次の問いに答えよ。

(1) $n \geqq 2$ とする。n 回試行したとき，最後の持ち点が 4 の倍数となる確率を求めよ。

(2) 持ち点がはじめて 15 以上となったとき試行を終了する。終了するまでに試行した回数の期待値を求めよ。