入 学 試 験 過 去 問 題

数　学

北海道大学（文系）

対象年度： 2023 年

試験時間： 90 分

問題数： 4 問

第　1　問

$P(x)$ を x についての整式とし，$P(x)P(-x)=P(x^2)$ は x についての恒等式であるとする。

(1)　$P(0)=0$ または $P(0)=1$ であることを示せ。

(2)　$P(x)$ が $x-1$ で割り切れないならば，$P(x)-1$ は $x+1$ で割り切れることを示せ。

(3)　次数が 2 である $P(x)$ をすべて求めよ。

第　2　問

三角形 OAB は辺の長さが $\mathrm{OA}=3$, $\mathrm{OB}=5$, $\mathrm{AB}=7$ であるとする。また，$\angle\mathrm{AOB}$ の 2 等分線と直線 AB との交点を P とし，頂点 B における外角の 2 等分線と直線 OP との交点を Q とする。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。また，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|$ の値を求めよ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。また，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right|$ の値を求めよ。

第　3　問

n を 2 以上の自然数とする。1 個のさいころを n 回投げて出た目の数を順に $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n$ とし，

$$K_n = |\,1 - a_1\,| + |\,a_1 - a_2\,| + \cdots\cdots + |\,a_{n-1} - a_n\,| + |\,a_n - 6\,|$$

とおく。また，K_n のとりうる値の最小値を q_n とする。

(1)　$K_2 = 5$ となる確率を求めよ。

(2)　$K_3 = 5$ となる確率を求めよ。

(3)　q_n を求めよ。また $K_n = q_n$ となるための $a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n$ に関する必要十分条件を求めよ。

第 4 問

q を実数とする。座標平面上に円 $C:\ x^2+y^2=1$ と放物線 $P:\ y=x^2+q$ がある。

(1) C と P に同じ点で接する傾き正の直線が存在するとき，q の値およびその接点の座標を求めよ。

(2) (1) で求めた q の値を q_1，接点の y 座標を y_1 とするとき，連立不等式

$$\begin{cases} x^2+y^2 \geqq 1 \\ y \geqq x^2+q_1 \\ y \leqq y_1 \end{cases}$$

の表す領域の面積を求めよ。