

入学試験過去問題
数学

北海道大学（文系）

対象年度：2023年

試験時間：90分

問題数：4問

1 $P(x)$ を x についての整式とし, $P(x)P(-x) = P(x^2)$ は x についての恒等式であるとする。

- (1) $P(0) = 0$ または $P(0) = 1$ であることを示せ。
- (2) $P(x)$ が $x - 1$ で割り切れないならば, $P(x) - 1$ は $x + 1$ で割り切れることを示せ。
- (3) 次数が 2 である $P(x)$ をすべて求めよ。

2 三角形 OAB は辺の長さが $OA = 3$, $OB = 5$, $AB = 7$ であるとする。また, $\angle AOB$ の 2 等分線と直線 AB との交点を P とし, 頂点 B における外角の 2 等分線と直線 OP との交点を Q とする。

- (1) \vec{OP} を \vec{OA} , \vec{OB} を用いて表せ。また, $|\vec{OP}|$ の値を求めよ。
- (2) \vec{OQ} を \vec{OA} , \vec{OB} を用いて表せ。また, $|\vec{OQ}|$ の値を求めよ。

- 3 n を 2 以上の自然数とする。1 個のさいころを n 回投げて出た目の数を順に a_1, a_2, \dots, a_n とし、

$$K_n = |1 - a_1| + |a_1 - a_2| + \dots + |a_{n-1} - a_n| + |a_n - 6|$$

とおく。また、 K_n のとりうる値の最小値を q_n とする。

- (1) $K_2 = 5$ となる確率を求めよ。
- (2) $K_3 = 5$ となる確率を求めよ。
- (3) q_n を求めよ。また $K_n = q_n$ となるための a_1, a_2, \dots, a_n に関する必要十分条件を求めよ。

- 4 q を実数とする。座標平面上に円 $C: x^2 + y^2 = 1$ と放物線 $P: y = x^2 + q$ がある。

- (1) C と P に同じ点で接する傾き正の直線が存在するとき、 q の値およびその接点の座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた q の値を q_1 、接点の y 座標を y_1 とするとき、連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1 \\ y \geq x^2 + q_1 \\ y \leq y_1 \end{cases}$$

の表す領域の面積を求めよ。

