

入学試験過去問題
数学

北海道大学（文系）

対象年度：2021年

試験時間：90分

問題数：4問

第 1 問

初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+7) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で表される数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ を求めよ。

第 2 問

三角形 OAB において、辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D、直線 OA に関して点 D と対称な点を E、点 B から直線 OA に下ろした垂線と直線 OA との交点を F とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とし、 $|\vec{a}| = 4$ 、 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ を満たすとする。

- (1) \overrightarrow{OF} を \vec{a} を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{OE} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。
- (3) $9|\overrightarrow{OE}| = 20|\overrightarrow{OF}|$ となるとき、 $|\vec{b}|$ の値を求めよ。

第 3 問

実数 x に対して,

$$f(x) = \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \sin^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + 4 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

とおく。

- (1) $t = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ とおく。 $\sin^2\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ と $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ をそれぞれ t の式で表せ。
- (2) $0 \leq x \leq \pi$ のとき, 方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めよ。

第 4 問

k を $k > -1$ を満たす実数とする。直線 $l: y = (1-k)x + k$ および放物線 $C: y = x^2$ を考える。 C と l で囲まれた部分の面積を S_1 とし、 C と l と直線 $x = 2$ の3つで囲まれた部分の面積を S_2 とする。

- (1) S_1 を k を用いて表せ。
- (2) S_2 を k を用いて表せ。
- (3) k が $k > -1$ を満たしながら動くとき、 $S_2 - S_1$ の最大値を求めよ。