

# 入学試験過去問題 数 学

一橋大学

対象年度：2023年

試験時間：120分

問題数：5問

## 第 1 問

$n$  を 2 以上 20 以下の整数,  $k$  を 1 以上  $n - 1$  以下の整数とする。

$${}_{n+2}C_{k+1} = 2({}_nC_{k-1} + {}_nC_{k+1})$$

が成り立つような整数の組  $(n, k)$  を求めよ。

## 第 2 問

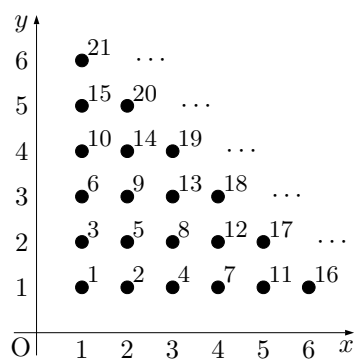
$a$  を正の実数とする。2 つの曲線  $C_1: y = x^3 + 2ax^2$  および  $C_2: y = 3ax^2 - \frac{3}{a}$  の両方に接する直線が存在するような  $a$  の範囲を求めよ。

### 第 3 問

原点を  $O$  とする座標空間内に 3 点  $A(-3, 2, 0)$ ,  $B(1, 5, 0)$ ,  $C(4, 5, 1)$  がある。  $P$  は  $|\vec{PA} + 3\vec{PB} + 2\vec{PC}| \leq 36$  を満たす点である。 4 点  $O, A, B, P$  が同一平面上にないとき、四面体  $OABP$  の体積の最大値を求めよ。

## 第 4 問

$xy$  平面上で、 $x$  座標と  $y$  座標がともに正の整数であるような各点に、下の図のような番号をつける。点  $(m, n)$  につけた番号を  $f(m, n)$  とする。たとえば、 $f(1, 1) = 1$ 、 $f(3, 4) = 19$  である。



- (1)  $f(m, n) + f(m + 1, n + 1) = 2f(m, n + 1)$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $f(m, n) + f(m + 1, n) + f(m, n + 1) + f(m + 1, n + 1) = 2023$  となるような整数の組  $(m, n)$  を求めよ。

## 第 5 問

A, B, C の 3 人が, A, B, C, A, B, C, A,  $\dots$  という順番にさいころを投げ, 最初に 1 を出した人を勝ちとする。だれかが 1 を出すか, 全員が  $n$  回ずつ投げたら, ゲームを終了する。A, B, C が勝つ確率  $P_A, P_B, P_C$  をそれぞれ求めよ。