



数 学

2022 年 度 (前期)

注 意

1. 「解答はじめ」というまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. 問題は1冊、解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので、引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入する。

(例) 受験番号 80001 番の場合 →

8	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても、代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後、問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 $2^a 3^b + 2^c 3^d = 2022$ を満たす 0 以上の整数 a, b, c, d の組を求めよ。

2 $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。座標平面上の 3 点 $O(0, 0)$, $P(\cos \theta, \sin \theta)$, $Q(1, 3 \sin 2\theta)$ が三角形をなすとき、 $\triangle OPQ$ の面積の最大値を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) 実数 x, y について、「 $|x - y| \leq x + y$ 」であることの必要十分条件は「 $x \geq 0$ かつ $y \geq 0$ 」であることを示せ。
- (2) 次の不等式で定まる xy 平面上の領域を図示せよ。

$$|1 + y - 2x^2 - y^2| \leq 1 - y - y^2$$

4 t を実数とし、座標空間に点 $A(t-1, t, t+1)$ をとる。また、 $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 1, 1)$ を頂点とする立方体を D とする。点 P が D の内部およびすべての面上を動くとき、線分 AP の動く範囲を W とし、 W の体積を $f(t)$ とする。

(1) $f(-1)$ を求めよ。

(2) $f(t)$ のグラフを描き、 $f(t)$ の最小値を求めよ。

5 中身の見えない2つの箱があり、1つの箱には赤玉2つと白玉1つが入っており、もう1つの箱には赤玉1つと白玉2つが入っている。どちらかの箱を選び、選んだ箱の中から玉を1つ取り出して元に戻す、という操作を繰り返す。

(1) 1回目は箱を無作為に選び、2回目以降は、前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱、前回取り出した玉が白玉なら前回とは異なる箱を選ぶ。 n 回目に赤玉を取り出す確率 p_n を求めよ。

(2) 1回目は箱を無作為に選び、2回目以降は、前回取り出した玉が赤玉なら前回と同じ箱、前回取り出した玉が白玉なら箱を無作為に選ぶ。 n 回目に赤玉を取り出す確率 q_n を求めよ。

