

数問

数 学

2020 年 度（前期）

注 意

1. 「解答はじめ」というまで，この問題冊子を開いてはいけない。
2. 問題は1冊，解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので，引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入する。

（例） 受験番号 80001 番の場合 →

8	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所を書くとは無効になることがある。
5. 書き損じても，代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後，問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 以下の問いに答えよ。

- (1) 10^{10} を 2020 で割った余りを求めよ。
- (2) 100 桁の正の整数で各位の数の和が 2 となるもののうち, 2020 で割り切れるものの個数を求めよ。

2 a を定数とし, $0 \leq \theta < \pi$ とする。方程式

$$\tan 2\theta + a \tan \theta = 0$$

を満たす θ の個数を求めよ。

3 半径 1 の円周上に 3 点 A, B, C がある。内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の最大値と最小値を求めよ。

4 $x > 0$ に対し

$$F(x) = \frac{1}{x} \int_{2-x}^{2+x} |t - x| dt$$

と定める。 $F(x)$ の最小値を求めよ。

5 n を正の整数とする。1 枚の硬貨を投げ、表が出れば 1 点、裏が出れば 2 点を得る。この試行を繰り返し、点の合計が n 以上になったらやめる。点の合計がちょうど n になる確率を p_n で表す。

(1) p_1, p_2, p_3, p_4 を求めよ。

(2) $|p_{n+1} - p_n| < 0.01$ を満たす最小の n を求めよ。

