

入学試験過去問題 数 学

一橋大学

対象年度：2018年

試験時間：120分

問題数：5問

第 1 問

正の整数 n の各位の数の和を $S(n)$ で表す。たとえば

$$S(3) = 3, \quad S(10) = 1 + 0 = 1, \quad S(516) = 5 + 1 + 6 = 12$$

である。

- (1) $n \geq 10000$ のとき, 不等式 $n > 30S(n) + 2018$ を示せ。
- (2) $n = 30S(n) + 2018$ を満たす n を求めよ。

第 2 問

$-1 \leq t \leq 1$ とし, 曲線 $y = \frac{x^2 - 1}{2}$ 上の点 $\left(t, \frac{t^2 - 1}{2}\right)$ における接線を l とする。半円 $x^2 + y^2 = 1$ ($y \leq 0$) と l で囲まれた部分の面積を S とする。 S のとりうる値の範囲を求めよ。

第 3 問

3 個のさいころを投げる。

- (1) 出た目の積が 6 となる確率を求めよ。
- (2) 出た目の積が k となる確率が $\frac{1}{36}$ であるような k をすべて求めよ。

第 4 問

p, q を正の実数とする。原点を O とする座標空間内の 3 点 $P(p, 0, 0)$, $Q(0, q, 0)$, $R(0, 0, 1)$ は $\angle PRQ = \frac{\pi}{6}$ を満たす。四面体 $OPQR$ の体積の最大値を求めよ。

第 5 問

a を実数とし, $f(x) = x - x^3$, $g(x) = a(x - x^2)$ とする。2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ は $0 < x < 1$ の範囲に共有点を持つ。

- (1) a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなるような a の値を求めよ。