



数 学

2008 年 度（前期）

注 意

1. 「解答はじめ」というまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. 問題は1冊、解答用紙は3枚である。白紙は問題冊子の中にはさみこんであるので、引き抜いて下書き用紙として使ってよい。
3. 全部の解答用紙に受験番号を書くこと。受験番号は次の要領で明確に記入する。

（例） 受験番号 80001 番の場合 →

8	0	0	0	1
---	---	---	---	---

4. 解答は解答用紙の所定の位置に書くこと。他の所に書くと無効になることがある。
5. 書き損じても、代わりの用紙は交付しない。
6. 試験終了後、問題冊子と白紙は持ち帰ること。

1 k を正の整数とする。 $5n^2 - 2kn + 1 < 0$ をみたす整数 n が、ちょうど 1 個であるような k をすべて求めよ。

2 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ は異なる 3 つの解 p, q, r をもつ。さらに、 $2p^2 - 1, 2q - 1, 2r - 1$ も同じ方程式の異なる 3 つの解である。 a, b, c, p, q, r の組をすべて求めよ。

3 a を正の実数とする。点 (x, y) が、不等式 $x^2 \leq y \leq x$ の定める領域を動くとき、常に $\frac{1}{2} \leq (x - a)^2 + y \leq 2$ となる。 a の値の範囲を求めよ。

4 正四面体 $OABC$ の 1 辺の長さを 1 とする。辺 OA を $2:1$ に内分する点を P 、辺 OB を $1:2$ に内分する点を Q とし、 $0 < t < 1$ をみたす t に対して、辺 OC を $t:1-t$ に内分する点を R とする。

- (1) PQ の長さを求めよ。
- (2) $\triangle PQR$ の面積が最小となるときの t の値を求めよ。

5 n を 3 以上の整数とする。 $2n$ 枚のカードがあり、そのうち赤いカードの枚数は 6、白いカードの枚数は $2n-6$ である。これら $2n$ 枚のカードを、箱 A と箱 B に n 枚ずつ無作為に入れる。2 つの箱の少なくとも一方に赤いカードがちょうど k 枚入っている確率を p_k とする。

- (1) p_2 を n の式で表せ。さらに、 p_2 を最大にする n をすべて求めよ。
- (2) $p_1 + p_2 < p_0 + p_3$ をみたす n をすべて求めよ。

