

入学試験過去問題

数 学

一橋大学

対象年度：2004年

試験時間：120分

問題数：5問

第 1 問

H を 1 辺の長さが 1 の正六角形とする。

- (1) H の中にある正方形のうち, 1 辺が H の 1 辺と平行なものの面積の最大値を求めよ。
- (2) H の中にある長方形のうち, 1 辺が H の 1 辺と平行なものの面積の最大値を求めよ。

第 2 問

a, b, c は整数で, $a < b < c$ をみたす。放物線 $y = x^2$ 上に 3 点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$, $C(c, c^2)$ をとる。

- (1) $\angle BAC = 60^\circ$ とはならないことを示せ。ただし, $\sqrt{3}$ が無理数であることを証明なしに用いてよい。
- (2) $a = -3$ のとき, $\angle BAC = 45^\circ$ となる組 (b, c) をすべて求めよ。

第 3 問

複素数平面上に異なる 3 点 z , z^2 , z^3 がある。

- (1) z , z^2 , z^3 が同一直線上にあるような z をすべて求めよ。
- (2) z , z^2 , z^3 が二等辺三角形の頂点になるような z の全体を複素数平面上に図示せよ。
また, z , z^2 , z^3 が正三角形の頂点になるような z をすべて求めよ。

第 4 問

a は実数とし, $f(x) = x^3 + ax^2 - 8a^2x$, $g(x) = 3ax^2 - 9a^2x$ とおく。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点 P において両方の曲線と接する直線が存在する。このとき P の座標を a で表せ。
- (2) 次の条件 (i) および (ii) をみたす直線 l が 3 本存在するような点 (u, v) の範囲を図示せよ。
 - (i) l は点 (u, v) を通る。
 - (ii) l は曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点 P において両方の曲線と接する。

第 5 問

n 枚のカードがあり、1 枚目のカードに 1, 2 枚目のカードに 2, $\dots$, n 枚目のカードに n が書かれている。これらの n 枚のカードから無作為に 1 枚を取り出してもとに戻し、もう一度無作為に 1 枚を取り出す。取り出されたカードに書かれている数をそれぞれ x , y とする。また、 k を n の約数とする。

- (1) $x + y$ が k の倍数となる確率を求めよ。
- (2) さらに、 $k = pq$ とする。ただし、 p, q は異なる素数である。 xy が k の倍数となる確率を求めよ。