

一橋大学 2010 年 第 1 問

実数 p, q, r に対して、3 次多項式 $f(x)$ を $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ と定める。実数 a, c , および 0 でない実数 b に対して、 $a + bi$ と c はいずれも方程式 $f(x) = 0$ の解であるとする。ただし、 i は虚数単位を表す。

- (1) $y = f(x)$ のグラフにおいて、点 $(a, f(a))$ における接線の傾きを $s(a)$ とし、点 $(c, f(c))$ における接線の傾きを $s(c)$ とする。 $a \neq c$ のとき、 $s(a)$ と $s(c)$ の大小を比較せよ。
- (2) さらに、 a, c は整数であり、 b は 0 でない整数であるとする。次を証明せよ。
 - (i) p, q, r はすべて整数である。
 - (ii) p が 2 の倍数であり、 q が 4 の倍数であるならば、 a, b, c はすべて 2 の倍数である。