

一橋大学 2009 年 第 4 問

一辺の長さが 2 の正三角形 ABC を平面上におく。 $\triangle ABC$ を 1 つの辺に関して 180° 折り返すという操作を繰り返し行う。辺 BC に関する折り返しを T_A 、辺 CA に関する折り返しを T_B 、辺 AB に関する折り返しを T_C とする。 $\triangle ABC$ は、最初 3 点 A , B , C がそれぞれ平面上の 3 点 O , B' , C' の上に置かれているとする。

- (1) T_A, T_C, T_B, T_C, T_A の順に折り返し操作を施したときの頂点 A の移り先を P とする。また、 $T_A, T_C, T_B, T_A, T_C, T_B, T_A$ の順に折り返し操作を施したときの頂点 A の移り先を Q とする。 $\theta = \angle POQ$ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (2) 整数 k, ℓ に対して、 $\overrightarrow{OR} = 3k\overrightarrow{OB'} + 3\ell\overrightarrow{OC'}$ により定められる点 R は、 T_A, T_B, T_C の折り返し操作を組み合わせることにより、点 A の移り先になることを示せ。