

一橋大学 2007 年 第 2 問

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ を

$$\begin{aligned} a_1 &= 2, & a_{n+1} &= 4a_n \\ b_1 &= 3, & b_{n+1} &= b_n + 2a_n \\ c_1 &= 4, & c_{n+1} &= \frac{c_n}{4} + a_n + b_n \end{aligned}$$

と順に定める。放物線 $y = a_n x^2 + 2b_n x + c_n$ を H_n とする。

- (1) H_n は x 軸と 2 点で交わることを示せ。
- (2) H_n と x 軸の交点を P_n , Q_n とする。 $\sum_{k=1}^n P_k Q_k$ を求めよ。