

2026 年度入学試験問題

数	学
---	---

理 系

試験時間 150 分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には、問題が 5 問あります。総ページは 16 ページで、問題は 4 ページ以降の偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は 5 枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は、それぞれの解答用紙の所定の欄（2 ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は、解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は、持ち出してはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
- 7 この問題冊子の裏表紙には、試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空 白

空 白

〔 1 〕 大小 2 個のさいころを投げ、出た目の最大値を得点とするゲームを「ゲーム X」と呼ぶ。次の問いに答えよ。

- (1) A さんがゲーム X を行う。A さんの得点が 5 である確率を求め、既約分数（それ以上約分できない分数）で表せ。
- (2) A さんがゲーム X を行う。A さんの得点が 5 であるとき、大きいさいころの出た目が 5 である条件付き確率を求め、既約分数で表せ。
- (3) A さんがゲーム X を行う。A さんの得点の期待値を求め、既約分数で表せ。
- (4) A さんと B さんがそれぞれゲーム X を行う。A さんの得点が B さんの得点より大きい確率を求め、既約分数で表せ。

空 白

〔 2 〕 座標平面上に楕円 $C: x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ と 2 点 $A(0, \sqrt{3})$, $B(0, -\sqrt{3})$ がある。 $m > 0$ とし、点 A を通る傾き m の直線を ℓ とする。楕円 C と直線 ℓ との二つの交点を P , Q とし、2 点 P , Q の x 座標をそれぞれ α , β ($\alpha > \beta$) とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\alpha + \beta$ と $\alpha\beta$ をそれぞれ m を用いて表せ。
- (2) 線分 PQ の長さを m を用いて表せ。
- (3) 線分 BP と線分 BQ の長さの和が 5 であるとき、線分 PQ の長さを求めよ。また、そのときの m の値を求めよ。
- (4) m が (3) で求めた値であるとき、 $\triangle BPQ$ の面積を求めよ。

空 白

〔 3 〕 すべての面が合同な四面体 OABC があり, $OA = \sqrt{2}$, $OB = OC = \sqrt{5}$ である。点 O から 3 点 A, B, C の定める平面に垂線 OH を下ろす。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{c} \cdot \vec{a}$ の値を求めよ。さらに, $\triangle AOB$ の面積を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AC}$ であることを利用して, $\overrightarrow{AH} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ を満たす実数 s, t の値を求めよ。
- (3) 垂線 OH の長さを求めよ。
- (4) 四面体 OABC を 3 点 O, C, H の定める平面によって切り, 二つの立体に分ける。体積が小さい方の立体の体積を求めよ。

空 白

[4] p を 2 より大きい実数とする。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = x(1+x^2)^{-p}$ ($x \geq 0$) が最大値をとるときの x の値を a とする。 a を p を用いて表せ。

(2) $1+x^2 = t$ とおくことにより、不定積分 $\int 2x^3(1+x^2)^{-p} dx$ を求めよ。

(3) a を (1) で求めたものとし、

$$S(p) = \int_0^a x(1+x^2)^{-p} dx$$

とおく。極限值 $\lim_{p \rightarrow \infty} p S(p)$ を求めよ。

(4) a を (1) で求めたものとし、

$$T(p) = \int_0^a 2x^3(1+x^2)^{-p} dx$$

とおく。極限值 $\lim_{p \rightarrow \infty} p^2 T(p)$ を求めよ。

空 白

〔 5 〕 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。次の問いに答えよ。必要ならば、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log n}{\sqrt{n}} = 0$ であることを用いてよい。

- (1) すべての自然数 n に対して、 a_n は正の有理数であることを示せ。
- (2) すべての自然数 n に対して、 $a_n \geq \sqrt{2n+2}$ であることを示せ。
- (3) すべての自然数 n に対して、 $a_n \leq \sqrt{2n+2 + \frac{1}{2} \log n}$ であることを示せ。
- (4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - \sqrt{2n})$ を求めよ。

空 白

