

# 入学試験過去問題

## 数 学

広島大学（理系）

対象年度：2020年

試験時間：150分

問題数：5問

## 第 1 問

$a, b$  を正の定数とする。 $0 < \theta < \pi$  を満たす実数  $\theta$  に対し、平面上で、次の三つの条件 (i), (ii), (iii) を満たす三角形 PAB, およびこの三角形と辺 AB を共有する長方形 ABCD を考える。

- (i)  $PA = a, PB = b, \angle APB = \theta$  である。
- (ii) 2 点 C, D はともに直線 AB に関して点 P と反対側にある。
- (iii)  $AB = 3AD$  である。

三角形 PAB の面積と長方形 ABCD の面積の和を  $S$  とする。次の問いに答えよ。

- (1) 辺 AB の長さを  $a, b, \theta$  を用いて表せ。
- (2)  $S$  を  $a, b, \theta$  を用いて表せ。
- (3)  $\theta$  が  $0 < \theta < \pi$  の範囲を動くときの  $S$  の最大値を  $M$  とし、 $S$  が最大値  $M$  をとるとき  $\theta$  の値を  $\beta$  とする。 $M$  を  $a, b$  を用いて表せ。また、 $\sin \beta$  および  $\cos \beta$  の値をそれぞれ求めよ。
- (4)  $a = 16, b = 25$  とする。また、 $\beta$  を (3) で定めた値とする。 $\theta = \beta$  のときの、点 P と直線 AB の距離を求めよ。

## 第 2 問

$i$  を虚数単位とする。 $z \neq -1$  を満たす複素数  $z$  に対し、

$$w = \frac{z-i}{z+1}$$

とおく。次の問いに答えよ。

- (1)  $z \neq -1$  のとき  $w \neq 1$  であることを示せ。また、 $w \neq 1$  のとき、 $z$  を  $w$  を用いて表せ。
- (2)  $t$  を  $-1$  と異なる実数とする。複素数平面において、実部が  $t$  である複素数全体の描く直線を  $l_t$  とおく。点  $z$  が直線  $l_t$  上を動くとき、点  $w$  はある円  $S_t$  から 1 点を取り除いた図形の上を動く。この円  $S_t$  の中心  $P_t$  に対応する複素数を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $P_t$  を (2) で定義した点とする。 $t$  が  $-1$  以外の実数全体を動くときに  $P_t$  が描く図形を、複素数平面上に図示せよ。

### 第 3 問

関数  $f(x) = xe^{-2x^2}$  について、次の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

- (1) 関数  $f(x)$  の極大値および極小値を求めよ。また、極大値をとるときの  $x$  の値、および極小値をとるときの  $x$  の値を求めよ。
- (2)  $a > 0$  とし、点  $A(a, 0)$  を考える。また、座標平面上の曲線  $y = f(x)$  上の点  $(t, f(t))$  における接線を  $\ell_t$  とおく。 $\ell_t$  が点  $A$  を通るような実数  $t$  がちょうど二つあるとする。このとき、 $a$  の値を求めよ。さらに、その二つの  $t$  の値を  $p, q$  (ただし、 $p < q$ ) とおくと、 $p, q$  を求めよ。
- (3)  $q$  を (2) で定めた値とする。曲線  $y = f(x)$ 、直線  $x = q$  および  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

## 第 4 問

$n$  を正の整数とする。次の問いに答えよ。

- (1) 定積分

$$\int_0^{\frac{\pi}{n}} \sin nx \, dx$$

の値を求めよ。

- (2) 定積分

$$\int_0^{\pi} |\sin nx| \, dx$$

の値を求めよ。

- (3) 座標平面において連立不等式

$$0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{2}, \quad y \leq |\sin nx|$$

の表す図形を、 $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

- (4) 座標平面において連立不等式

$$0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq \sqrt{x} |\sin nx|$$

の表す図形を、 $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

## 第 5 問

1 個のさいころを 3 回投げる。1 回目に出た目を  $a_1$ , 2 回目に出た目を  $a_2$ , 3 回目に出た目を  $a_3$  とする。次に, 1 枚の硬貨を 3 回投げる。 $k = 1, 2, 3$  に対し,  $k$  回目に表が出た場合は  $b_k = 1$ , 裏が出た場合は  $b_k = a_k$  とおく。ベクトル

$$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \quad \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1)  $a_1 + a_2 + a_3 = 7$  である確率を求めよ。
- (2)  $b_1 = 1$  である確率を求めよ。
- (3)  $\vec{b} = (1, 1, 1)$  であったとき,  $\vec{a} = (1, 1, 5)$  である条件付き確率を求めよ。
- (4)  $\vec{b} = (1, 1, 1)$  であったとき,  $a_1 + a_2 + a_3 = 7$  である条件付き確率を求めよ。