2025年度入学試験問題

数　　学

文　系

試験時間 120分

答案作成上の注意

1　この問題冊子には，問題が4問あります。総ページは16ページで，問題は4ページ以降の偶数ページにあります。

2　解答用紙は4枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。

3　受験番号は，それぞれの解答用紙の所定の欄（2ヶ所）に必ず記入しなさい。

4　試験終了後は，解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。

5　配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

7　この問題冊子の裏表紙には，試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空　白

空　白

〔 1 〕　1 個のさいころを 3 回投げ，出た目を順に a_1，a_2，a_3 とする。次の問いに答えよ。

(1) 集合 $\{a_1, a_2, a_3\}$ が集合 $\{2, 5, 6\}$ と等しくなる確率を求めよ。

(2) $a_1 < a_2 < a_3$ である確率を求めよ。

(3) a_1，a_2，a_3 がすべて異なる確率を求めよ。

(4) 集合 $\{a_1, a_2, a_3\}$ と集合 $\{2, 3\}$ が等しいとき，$a_1 = 3$，$a_2 = 2$，$a_3 = 3$ である条件付き確率を求めよ。

(5) $\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \dfrac{1}{a_3} = 1$ である確率を求めよ。

空　白

〔 2 〕　$t > 0$ とする。また，a，b を実数とし，二つの関数 $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$，$g(x) = x^2 + ax + b$ を考える。座標平面上の二つの曲線 $C_1 : y = f(x)$，$C_2 : y = g(x)$ は x 座標が t である共有点 P をもち，かつ点 P において共通の接線をもつとする。次の問いに答えよ。

(1)　関数 $y = f(x)$ の極値を求めよ。

(2)　a，b をそれぞれ t を用いて表せ。

(3)　$t > 0$ における関数

$$F(t) = \int_0^1 \{g(x) - f(x)\}\, dx$$

の最小値を求めよ。

空　白

〔 3 〕　$a > 0$ とし，p を実数とする。座標平面上の 3 点 $\mathrm{A}(0,\ a)$，$\mathrm{B}(-1,\ 0)$，$\mathrm{C}(1,\ 0)$ を考える。点 P_n，Q_n，R_n（$n = 1, 2, 3, \cdots$）が以下の二つの条件を満たすとする。

(i)　点 P_1 は直線 AB 上にあり，x 座標が p である。

(ii)　自然数 n に対し，

- 点 P_n から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点が Q_n である。ただし，点 P_n が x 軸上にあるときは，点 Q_n は P_n と同じ点であるとする。
- 点 Q_n から直線 AC に下ろした垂線と直線 AC との交点が R_n である。ただし，点 Q_n が直線 AC 上にあるときは，点 R_n は Q_n と同じ点であるとする。
- 点 R_n を通り x 軸と平行な直線と直線 AB との交点が P_{n+1} である。

点 P_n の x 座標を x_n とする。次の問いに答えよ。

(1)　点 R_1 の座標を a，p を用いて表せ。

(2)　命題

「点 P_1 が線分 AB 上にあるならば，点 R_1 は線分 AC 上にある」

が真であるような a の値の範囲を求めよ。ただし，線分は両端を含むものとする。

(3)　x_n を a，n，p を用いて表せ。

(4)　$a = 2$，$p = 0$ であるとき，不等式

$$|x_{n+1} - x_n| < 10^{-10}$$

を満たす最小の自然数 n を求めよ。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

空　白

〔 4 〕　θ を $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ を満たす実数とする。O $(0,\ 0)$ を原点とする座標平面上の 2 点 A $(\cos\theta,\ 0)$，B $(\cos\theta,\ \sin\theta)$ に対して，点 C および点 D を以下の条件により定める。

(i) D は線分 OB 上の点である。

(ii) C は直線 OB に関して A と異なる側にある。

(iii) $\triangle$OAB と $\triangle$CDB は合同である。すなわち，OA $=$ CD，AB $=$ DB，BO $=$ BC が成り立つ。

次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を θ を用いて成分表示せよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{DC}}$ を θ を用いて成分表示せよ。

(3) C の y 座標を $f(\theta)$ とする。θ が $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，$f(\theta)$ のとり得る値の範囲を求めよ。

(4) $\angle\mathrm{AOC} = \dfrac{3}{4}\pi$ となるとき，θ の値を求めよ。

空　白