# 2024年度入学試験問題

## 数　　学

文　系

試験時間 120分

**答案作成上の注意**

1　この問題冊子には，問題が 4 問あります。総ページは 16 ページで，問題は 4 ページ以降の偶数ページにあります。

2　解答用紙は 4 枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。

3　受験番号は，それぞれの解答用紙の所定の欄（2 ヶ所）に必ず記入しなさい。

4　試験終了後は，解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。

5　配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

7　この問題冊子の裏表紙には，試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空　白

空　白

〔１〕　A，B，C，D，E の 5 人が，それぞれゲーム $\alpha$ とゲーム $\beta$ の 2 種類のゲームを行った。ゲーム $\alpha$ の得点を $x$，ゲーム $\beta$ の得点を $y$ で表す。下の表はそれぞれのゲームにおける得点である。ただし，$a$，$b$ は整数である。なお，得点が負になることもあり得る。

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 得点 $x$ | 7 | 6 | 8 | $a$ | 4 |
| 得点 $y$ | 0 | $-4$ | $-1$ | 2 | $b$ |

ゲーム $\alpha$ の得点 $x$ の平均値は 7 であるとし，ゲーム $\beta$ の得点 $y$ の平均値を $m$ とする。次の問いに答えよ。

(1)　$a$ の値を求めよ。

(2)　$p$，$q$ は実数で，$p \neq 0$ とする。ゲーム $\beta$ の得点 $y$ を $z = py + q$ により変換し，新たな変量 $z$ を作成する。$z$ の分散を $s_z^2$，二つの変量 $x$，$z$ の共分散を $s_{xz}$ とする。このとき，$s_z^2$ と $s_{xz}$ を $p$，$q$，$m$ のうちの必要なものを用いて表せ。ただし，変量 $x$ と $z$ の共分散は $x$ の偏差と $z$ の偏差の積の平均値である。

(3)　変量 $x$ と (2) で作った変量 $z$ の相関係数が $\dfrac{3}{4}$ であるとき，$m$ と $b$ の値を求めよ。また，$p$ が正であるか負であるかを答えよ。

空　白

〔 2 〕　実数 $t$ および $0 < a < b$ を満たす実数 $a$，$b$ に対し，

$$f(t) = \int_a^b (x - at)(x - bt)\,dx$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1)　$f(0)$ を $a$ と $b$ を用いて表せ。

(2)　$14f(1) + f(0) = 0$ が成り立つとする。このとき，$\dfrac{b}{a}$ の値を求めよ。

(3)　$14f(1) + f(0) = 0$ が成り立つとする。$t$ の関数 $y = f(t) - f(0)$ の最小値が $-6$ となるとき，$a$ の値を求めよ。

空　白

〔 3 〕　座標空間内の 4 点 O $(0,\ 0,\ 0)$，A $(1,\ 1,\ 0)$，B $(0,\ 1,\ 1)$，C $(1,\ 2,\ -1)$ に対し，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1)　内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$，$\vec{a} \cdot \vec{c}$，$\vec{b} \cdot \vec{c}$ の値を求めよ。

(2)　点 O，A，B を通る平面を $\alpha$ とする。点 C から平面 $\alpha$ に下ろした垂線と平面 $\alpha$ の交点を M とする。点 M の座標を求めよ。

(3)　点 M を (2) で定めた点とする。点 D を直線 CM 上の点であって

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right| = \left|\overrightarrow{\mathrm{AD}}\right|$$

となるものとする。ただし，点 D は点 C とは異なる点である。このとき，点 D の座標を求めよ。

(4)　点 D を (3) で定めた点とする。三角形 CAD の面積 $S$ を求めよ。

空　白

〔 4 〕　$a$ と $r$ を正の実数とする。座標平面上の放物線 $y = x^2$ と，中心 $(0,\ a)$，半径 $r$ の円 $C$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) $a = r$ とする。このとき，放物線 $y = x^2$ と円 $C$ との共有点が一つのみになるような $r$ の値の範囲を求めよ。

(2) 円 $C$ が不等式 $y > 0$ の表す領域に含まれるための必要十分条件を $a$ と $r$ を用いて表せ。

(3) $a$ と $r$ は (2) で求めた条件を満たすとする。このとき，放物線 $y = x^2$ と円 $C$ との共有点がちょうど二つになるような $(r,\ a)$ の範囲を $ra$ 平面に図示せよ。

(4) 正の実数 $s$ に対し，中心 $(0,\ a + r + s)$，半径 $s$ の円を $C'$ とする。円 $C$ と円 $C'$ は次の条件 (i) と (ii) を満たすとする。

(i) 円 $C$ は不等式 $y > 0$ の表す領域に含まれ，さらに放物線 $y = x^2$ と円 $C$ との共有点はちょうど二つである。

(ii) 放物線 $y = x^2$ と円 $C'$ との共有点はちょうど二つである。

このとき，$s$ を $r$ を用いて表せ。

空　白