

入学試験過去問題

数 学

広島大学（文系）

対象年度：2022年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

正の整数 N に対し、 N を 7 進法で表したときの数字の並びを 10 進法で表された数だと思って読み取った数を M とする。例えば、 $N = 7$ のとき、 N は 7 進法で $10_{(7)}$ と表されるので $M = 10$ である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $M = 100$ のとき N の値を求めよ。また、 $N = 100$ のとき M の値を求めよ。
- (2) N は 7 進法では 3 桁で表され、10 進法では 2 桁で表されるとする。 $2N = M$ が成り立つとき、 N の値を求めよ。
- (3) 7 進法で 3 桁で表される N のうちで、 $2N = M$ が成り立つ最大のものを求めよ。
- (4) N は 7 進法で 4 桁で表されるとする。このとき、 $2N < M$ となることを示せ。

第 2 問

a を正の実数, t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする。座標平面上の 3 点 $A(0, a)$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$ を頂点とする二等辺三角形の内接円を S とし, その中心が $I(0, t)$ であるとする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\angle IBC$ を θ とおく。 t と a を, それぞれ θ を用いて表せ。
- (2) a を t を用いて表せ。
- (3) $\triangle ABC$ の重心が内接円 S の周上にあるとき, t の値を求めよ。
- (4) $\triangle ABC$ の垂心が S の周上にあるとき, t の値を求めよ。ただし, 三角形の各頂点から対辺, またはその延長に下ろした 3 本の垂線は 1 点で交わることが知られており, その交わる点を三角形の垂心と呼ぶ。
- (5) $\triangle ABC$ の外心が S の周上にあるとき, t のとり得る値をすべて求めよ。

第 3 問

n を自然数とする。袋の中に赤玉が 3 個、白玉が $(n+5)$ 個、合計で $(n+8)$ 個の玉が入っている。また、空箱 A, B, C, D, E, F が用意されている。この準備の下で次の試行 1, 試行 2 を順に行う。

試行 1 袋から玉を 1 個取り出して、箱 A に入れる。箱 A に入れた玉が白玉なら $i = 0$ 、赤玉なら $i = 1$ とおく。

試行 2 次に、袋から白玉を n 個取り出して、箱 B に入れる。この時点で、袋に残った玉 7 個のうち、赤玉は $(3-i)$ 個、白玉は $(4+i)$ 個である。この 7 個の中から 2 個の玉を取り出して、箱 C に入れる。

試行 2 を終えたら、箱 A と箱 C の玉の色を記録して、箱 A, B, C の玉をすべて元通り袋に戻す。そして次の試行 3 を行う。

試行 3 袋から玉を 1 個取り出して、箱 D に入れる。次に、袋から玉を n 個取り出して、箱 E に入れる。最後に袋から玉を 2 個取り出して、箱 F に入れる。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $i = 0$ であったとき、試行 2 において箱 C に赤玉が 2 個入る条件付き確率 p_0 を求めよ。また、 $i = 1$ であったとき、試行 2 において箱 C に赤玉が 2 個入る条件付き確率 p_1 を求めよ。
- (2) 試行 1 において、箱 A に赤玉が入る確率 q_A を n を用いて表せ。また、試行 1, 試行 2 を順に行うとき、箱 C に赤玉が 2 個入る確率 q_C を n を用いて表せ。
- (3) 試行 3 において、箱 D に赤玉が入るという事象を事象 X 、箱 E に入る玉がすべて白であるという事象を事象 Y 、箱 F に赤玉が 2 個入るという事象を事象 Z と呼ぶことにする。事象 X と事象 Y がともに起こる確率 $P(X \cap Y)$ を n を用いて表せ。また、事象 Y と事象 Z がともに起こる確率 $P(Y \cap Z)$ を n を用いて表せ。
- (4) (3) の事象 Y が起こったとき、(3) の事象 X が起こる条件付き確率 $P_Y(X)$ と、(3) の事象 Z が起こる条件付き確率 $P_Y(Z)$ をそれぞれ求めよ。

第 4 問

実数 a に対して、座標平面上の点 $(a, 0)$ を通る傾き $4a$ の直線を L_a とする。 a が実数全体を動くとき、直線 L_a が通り得る点全体からなる領域を S とする。また、2 点 $P(0, 1)$ と $Q(0, 2)$ に対し、 $\sqrt{2}AP \leq AQ$ を満たす点 A 全体からなる領域を T とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 領域 S を図示せよ。
- (2) 領域 T を図示せよ。
- (3) S と T の共通部分の面積を求めよ。