

入学試験過去問題

数 学

広島大学（文系）

対象年度：2020年

試験時間：120分

問題数：4問

第 1 問

m, p, q を実数とする。二つの関数

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x, \quad g(x) = \frac{1}{6}(x-p)^2 + q$$

を考える。座標平面上の放物線

$$C_1 : y = f(x), \quad C_2 : y = g(x)$$

および直線 $\ell : y = mx$ について、次の二つの条件 (i), (ii) が成り立つとする。

(i) 直線 ℓ は原点 O において放物線 C_1 に接している。

(ii) 直線 ℓ は放物線 C_2 に接している。

直線 ℓ と放物線 C_2 の接点を A とする。次の問いに答えよ。

(1) m の値を求めよ。

(2) q を p を用いて表せ。また、点 A の座標を p を用いて表せ。

(3) $p \neq -1$ とする。放物線 C_1 と放物線 C_2 の二つの共有点の x 座標を p を用いて表せ。

(4) $p = 2$ とする。放物線 C_1 と放物線 C_2 で囲まれた図形のうち、 $x \geq 0$ の範囲にある部分の面積 S と、 $x \leq 0$ の範囲にある部分の面積 T をそれぞれ求めよ。

第 2 問

a, b を正の定数とする。 $0 < \theta < \pi$ を満たす実数 θ に対し、平面上で、次の三つの条件 (i), (ii), (iii) を満たす三角形 PAB, およびこの三角形と辺 AB を共有する長方形 ABCD を考える。

- (i) $PA = a, PB = b, \angle APB = \theta$ である。
- (ii) 2 点 C, D はともに直線 AB に関して点 P と反対側にある。
- (iii) $AB = 3AD$ である。

三角形 PAB の面積と長方形 ABCD の面積の和を S とする。次の問いに答えよ。

- (1) 辺 AB の長さを a, b, θ を用いて表せ。
- (2) S を a, b, θ を用いて表せ。
- (3) θ が $0 < \theta < \pi$ の範囲を動くときの S の最大値を M とし、 S が最大値 M をとるとき θ の値を β とする。 M を a, b を用いて表せ。また、 $\sin \beta$ および $\cos \beta$ の値をそれぞれ求めよ。
- (4) $a = 16, b = 25$ とする。また、 β を (3) で定めた値とする。 $\theta = \beta$ のときの、点 P と直線 AB の距離を求めよ。

第 3 問

1 個のさいころを 2 回投げる。1 回目に出た目を a_1 、2 回目に出た目を a_2 とする。次に、1 枚の硬貨を 2 回投げる。1 回目に表が出た場合は $b_1 = 1$ 、裏が出た場合は $b_1 = a_1$ とおく。また、2 回目に表が出た場合は $b_2 = 1$ 、裏が出た場合は $b_2 = a_2$ とおく。ベクトル

$$\vec{a} = (a_1, a_2), \quad \vec{b} = (b_1, b_2)$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $a_1 + a_2 = 7$ である確率を求めよ。
- (2) $b_1 = 1$ である確率を求めよ。
- (3) $\vec{b} = (1, 1)$ であったとき、 $\vec{a} = (1, 6)$ である条件付き確率を求めよ。
- (4) $\vec{b} = (1, 1)$ であったとき、 $a_1 + a_2 = 7$ である条件付き確率を求めよ。

第 4 問

数列 $\{a_n\}$ を次の条件 (i), (ii) により定める。

- (i) $a_1 = 1$ である。
- (ii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, n が奇数ならば $a_{n+1} = -a_n + 1$, また n が偶数ならば $a_{n+1} = -2a_n + 3$ である。

さらに, 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{2n-1}$ により定め, 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = a_{2n}$ により定める。
次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4, a_5 を求めよ。
- (2) 数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。
- (3) 自然数 m に対して, 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $(2m-1)$ 項までの和を T_m とする。
 T_m を m を用いて表せ。