

2020 年度入学試験問題

数	学
---	---

文 系

試験時間 120 分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には、問題が 4 問あります。総ページは 16 ページで、問題は 4 ページ以降の偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は 4 枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は、それぞれの解答用紙の所定の欄（2 ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は、解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は、持ち出してはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
- 7 この問題冊子の裏表紙には、試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空 白

空 白

[1] m, p, q を実数とする。二つの関数

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x, \quad g(x) = \frac{1}{6}(x-p)^2 + q$$

を考える。座標平面上の放物線

$$C_1 : y = f(x), \quad C_2 : y = g(x)$$

および直線 $\ell : y = mx$ について、次の二つの条件 (i), (ii) が成り立つとする。

- (i) 直線 ℓ は原点 O において放物線 C_1 に接している。
- (ii) 直線 ℓ は放物線 C_2 に接している。

直線 ℓ と放物線 C_2 の接点を A とする。次の問いに答えよ。

- (1) m の値を求めよ。
- (2) q を p を用いて表せ。また、点 A の座標を p を用いて表せ。
- (3) $p \neq -1$ とする。放物線 C_1 と放物線 C_2 の二つの共有点の x 座標を p を用いて表せ。
- (4) $p = 2$ とする。放物線 C_1 と放物線 C_2 で囲まれた図形のうち、 $x \geq 0$ の範囲にある部分の面積 S と、 $x \leq 0$ の範囲にある部分の面積 T をそれぞれ求めよ。

空 白

〔 2 〕 a, b を正の定数とする。 $0 < \theta < \pi$ を満たす実数 θ に対し、平面上で、次の三つの条件 (i), (ii), (iii) を満たす三角形 PAB, およびこの三角形と辺 AB を共有する長方形 ABCD を考える。

(i) $PA = a, PB = b, \angle APB = \theta$ である。

(ii) 2 点 C, D はともに直線 AB に関して点 P と反対側にある。

(iii) $AB = 3AD$ である。

三角形 PAB の面積と長方形 ABCD の面積の和を S とする。次の問いに答えよ。

(1) 辺 AB の長さを a, b, θ を用いて表せ。

(2) S を a, b, θ を用いて表せ。

(3) θ が $0 < \theta < \pi$ の範囲を動くときの S の最大値を M とし、 S が最大値 M をとるときの θ の値を β とする。 M を a, b を用いて表せ。また、 $\sin \beta$ および $\cos \beta$ の値をそれぞれ求めよ。

(4) $a = 16, b = 25$ とする。また、 β を (3) で定めた値とする。 $\theta = \beta$ のときの、点 P と直線 AB の距離を求めよ。

空 白

- [3] 1 個のさいころを 2 回投げる。1 回目に出た目を a_1 ，2 回目に出た目を a_2 とする。次に，1 枚の硬貨を 2 回投げる。1 回目に出た場合は $b_1 = 1$ ，裏が出た場合は $b_1 = a_1$ とおく。また，2 回目に出た場合は $b_2 = 1$ ，裏が出た場合は $b_2 = a_2$ とおく。ベクトル

$$\vec{a} = (a_1, a_2), \quad \vec{b} = (b_1, b_2)$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $a_1 + a_2 = 7$ である確率を求めよ。
- (2) $b_1 = 1$ である確率を求めよ。
- (3) $\vec{b} = (1, 1)$ であったとき， $\vec{a} = (1, 6)$ である条件付き確率を求めよ。
- (4) $\vec{b} = (1, 1)$ であったとき， $a_1 + a_2 = 7$ である条件付き確率を求めよ。

空 白

〔 4 〕 数列 $\{a_n\}$ を次の条件 (i), (ii) により定める。

(i) $a_1 = 1$ である。

(ii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, n が奇数ならば $a_{n+1} = -a_n + 1$, また n が偶数ならば $a_{n+1} = -2a_n + 3$ である。

さらに, 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{2n-1}$ により定め, 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = a_{2n}$ により定める。次の問いに答えよ。

(1) a_2, a_3, a_4, a_5 を求めよ。

(2) 数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(3) 自然数 m に対して, 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $(2m-1)$ 項までの和を T_m とする。 T_m を m を用いて表せ。

空 白

