2017年度入学試験問題

数　　学

文　系

試験時間 120 分

答案作成上の注意

1　この問題冊子には，問題が 4 問あります。総ページは 16 ページで，問題は 4 ページ以降の偶数ページにあります。

2　解答用紙は 4 枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。

3　受験番号は，それぞれの解答用紙の所定の欄（2 ヶ所）に必ず記入しなさい。

4　試験終了後は，解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。

5　配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

7　この問題冊子の裏表紙には，試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空　白

空　白

〔 1 〕　座標平面上の 2 点 A $\left(\sin\theta,\ \sin^2\theta\right)$，B $(\cos\theta,\ \cos^2\theta)$ を考え，A，B 間の距離を L とする。ただし，θ は条件

$$(*) \qquad 0 \leqq \theta < 2\pi \quad \text{かつ} \quad \sin\theta - \cos\theta - 1 > 0$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1)　$(*)$ を満たす θ の範囲を求めよ。

(2)　$t = \sin\theta\cos\theta$ とおくとき，t のとり得る値の範囲を求めよ。

(3)　L を (2) の t を用いて表せ。

(4)　L の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

空　白

〔 2 〕　座標平面上の 3 点

$$\mathrm{O}\,(0,\ 0)\,,\quad \mathrm{A}\,(3,\ 0)\,,\quad \mathrm{B}\,(1,\ 2)$$

を考える。C を線分 OA 上にあり，$\angle\mathrm{OBC} = 45^\circ$ を満たす点とする。また，P を x 座標が t である直線 OA 上の点とする。点 Q，R，P′ を次により定める。

(a)　点 P を通り傾きが 1 の直線と，直線 AB の交点を Q とする。

(b)　点 Q を通り直線 OB に垂直な直線と，直線 OB の交点を R とする。

(c)　点 R を通り直線 BC と同じ傾きをもつ直線と，直線 OA の交点を P′ とする。

次の問いに答えよ。

(1)　点 Q の座標を t を用いて表せ。

(2)　点 R の座標を t を用いて表せ。

(3)　点 P′ の座標を t を用いて表せ。

(4)　点 P′ の x 座標を $f(t)$ とする。数列 $\{t_n\}$ を

$$t_1 = 2,\quad t_{n+1} = f(t_n)\quad (n = 1,\, 2,\, 3,\, \cdots)$$

により定める。数列 $\{t_n\}$ の一般項を求めよ。

空　白

〔 3 〕　n を 2 以上の整数とする。n 個のさいころを投げ，出た目のすべての積を X とする。次の問いに答えよ。

(1) X が 5 の倍数である確率を n を用いて表せ。

(2) X が 5 の倍数である確率が 0.99 より大きくなる最小の n を求めよ。ただし，$\log_2 3 = 1.585$，$\log_2 5 = 2.322$ とする。

(3) X が 3 でも 5 でも割り切れない確率を n を用いて表せ。

(4) X が 15 の倍数である確率を n を用いて表せ。

空　白

〔 4 〕　座標平面上の二つの曲線

$$C_1 : y = 4x^3 - 1, \quad C_2 : y = x^3$$

を考える。$a > 0$ に対して，x 座標が a である C_1 上の点を A とし，A における C_1 の接線を ℓ とする。次の問いに答えよ。

(1)　C_1 と C_2 の交点の x 座標を p とする。p の値を求めよ。

(2)　直線 ℓ の方程式を，a を用いて表せ。

(3)　直線 ℓ が C_2 に接するとき，a の値を求めよ。

(4)　(3) のとき，直線 ℓ と C_2 の接点を B とする。C_1，C_2 と線分 AB で囲まれた図形の面積を求めよ。

空　白