

# 入学試験過去問題

## 数 学

広島大学（文系）

対象年度：2016 年

試験時間：120 分

問題数：5 問

## 第 1 問

$a$  を正の定数とし、座標平面上において、

$$\text{円 } C_1 : x^2 + y^2 = 1, \quad \text{放物線 } C_2 : y = ax^2 + 1$$

を考える。  $C_1$  上の点  $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  における  $C_1$  の接線  $\ell$  は点  $Q(s, t)$  で  $C_2$  に接している。次の問いに答えよ。

- (1)  $s, t$  および  $a$  を求めよ。
- (2)  $C_2, \ell$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (3) 円  $C_1$  上の点が点  $P$  から点  $R(0, 1)$  まで反時計回りに動いてできる円弧を  $C_3$  とする。 $C_2, \ell$  および  $C_3$  で囲まれた部分の面積を求めよ。

## 第 2 問

四角形 ABCD において,

$$\angle DAB = \angle DBC = 90^\circ, \quad \angle BCD = 60^\circ, \quad AB = AD, \quad BC = 1$$

とする。次の問いに答えよ。

- (1) 対角線 BD の長さの 2 乗  $BD^2$  を求めよ。
- (2) 対角線 AC の長さの 2 乗  $AC^2$  を求めよ。
- (3)  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle ACD = \beta$  とおくとき,  $\cos^2 \alpha$ ,  $\cos^2 \beta$  を求めよ。

### 第 3 問

座標空間に 4 点

$$O(0, 0, 0), \quad A(s, s, s), \quad B(-1, 1, 1), \quad C(0, 0, 1)$$

がある。ただし、 $s > 0$  とする。 $t, u, v$  を実数とし、

$$\vec{d} = \vec{OB} - t\vec{OA}, \quad \vec{e} = \vec{OC} - u\vec{OA} - v\vec{OB}$$

とおく。次の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{OA} \perp \vec{d}$  のとき、 $t$  を  $s$  を用いて表せ。
- (2)  $\vec{OA} \perp \vec{d}$ ,  $\vec{OA} \perp \vec{e}$ ,  $\vec{d} \perp \vec{e}$  のとき、 $u, v$  を  $s$  を用いて表せ。
- (3) (2) のとき、2 点 D, E を

$$\vec{OD} = \vec{d}, \quad \vec{OE} = \vec{e}$$

となる点とする。四面体 OADE の体積が 2 であるとき、 $s$  の値を求めよ。

## 第 4 問

$xy$  平面上に原点を出発点として動く点  $Q$  があり、次の試行を行う。

1 枚の硬貨を投げ、表が出たら  $Q$  は  $x$  軸の正の方向に 1、裏が出たら  $y$  軸の正の方向に 1 動く。ただし、点  $(3, 1)$  に到達したら  $Q$  は原点に戻る。

この試行を  $n$  回繰り返した後の  $Q$  の座標を  $(x_n, y_n)$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $(x_4, y_4) = (0, 0)$  となる確率を求めよ。
- (2)  $(x_8, y_8) = (5, 3)$  となる確率を求めよ。
- (3)  $x_8 + y_8 \leq 4$  となる確率を求めよ。
- (4)  $x_{4n} + y_{4n} \leq 4k$  となる確率を  $n$  と  $k$  で表せ。ここで  $k$  は  $n$  以下の自然数とする。

## 第 5 問

$n$  を 2 以上の自然数とする。次の問いに答えよ。

- (1) 変数  $x$  のデータの値が  $x_1, x_2, \dots, x_n$  であるとし、

$$f(a) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - a)^2$$

とする。 $f(a)$  を最小にする  $a$  は  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の平均値で、そのときの最小値は  $x_1, x_2, \dots, x_n$  の分散であることを示せ。

- (2)  $c$  を定数として、変数  $y, z$  の  $k$  番目のデータの値が

$$y_k = k \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

$$z_k = ck \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

であるとする。このとき  $y_1, y_2, \dots, y_n$  の分散が  $z_1, z_2, \dots, z_n$  の分散より大きくなるための  $c$  の必要十分条件を求めよ。

- (3) 変数  $x$  のデータの値が  $x_1, x_2, \dots, x_n$  であるとし、その平均値を  $\bar{x}$  とする。新たにデータを得たとし、その値を  $x_{n+1}$  とする。 $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}$  の平均値を  $x_{n+1}, \bar{x}$  および  $n$  を用いて表せ。
- (4) 次の 40 個のデータの平均値、分散、中央値を計算すると、それぞれ、ちょうど 40, 670, 35 であった。

|     |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 120 | 10 | 60 | 70 | 30 | 20 | 20 | 30 | 20 | 60 |
| 40  | 50 | 40 | 10 | 30 | 40 | 40 | 30 | 20 | 70 |
| 100 | 20 | 20 | 40 | 40 | 60 | 70 | 20 | 50 | 10 |
| 30  | 10 | 50 | 80 | 10 | 30 | 70 | 10 | 60 | 10 |

新たにデータを得たとし、その値が 40 であった。このとき、41 個のすべてのデータの平均値、分散、中央値を求めよ。ただし、得られた値が整数でない場合は、小数第 1 位を四捨五入せよ。