

入学試験過去問題

数 学

広島大学（文系）

対象年度：2015 年

試験時間：120 分

問題数：5 問

第 1 問

a, b, c を実数とし, $a < 1$ とする。座標平面上の 2 曲線

$$C_1 : y = x^2 - x, \quad C_2 : y = x^3 + bx^2 + cx - a$$

を考える。 C_1 と C_2 は, 点 $P(1, 0)$ と, それとは異なる点 Q を通る。また, 点 P における C_1 と C_2 の接線の傾きは等しいものとする。点 P における C_1 の接線を ℓ_1 , 点 Q における C_1 の接線を ℓ_2 , 点 Q における C_2 の接線を ℓ_3 とする。次の問いに答えよ。

- (1) b, c および点 Q の座標を a を用いて表せ。
- (2) ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 が三角形をつくらないような a の値を求めよ。
- (3) ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 が直角三角形をつくるような a の値の個数を求めよ。

第 2 問

n を自然数とし, p_n, q_n を実数とする。ただし, p_1, q_1 は $p_1^2 - 4q_1 = 4$ を満たすとする。2 次方程式 $x^2 - p_n x + q_n = 0$ は異なる実数解 α_n, β_n をもつとする。ただし, $\alpha_n < \beta_n$ とする。 $c_n = \beta_n - \alpha_n$ とおくとき, 数列 $\{c_n\}$ は

$$\frac{c_{n+1}}{c_n} = \frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

- (1) $r_n = \log_2(n\sqrt{n} + \sqrt{n})$ とするとき, $\frac{n+2}{\sqrt{n(n+1)}}$ を r_n, r_{n+1} を用いて表せ。
- (2) c_n を n の式で表せ。
- (3) $p_n = n\sqrt{n}$ であるとき, q_n を n の式で表せ。

第 3 問

座標平面上に原点 O と 2 点 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ をとり, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とする。点 C は $|\overrightarrow{OC}| = 1$, $0^\circ < \angle AOC < 90^\circ$, $0^\circ < \angle BOC < 90^\circ$ を満たすとする。 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = t$ とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, t を用いて表せ。
- (2) 線分 AB と線分 OC の交点を D とする。 $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, t を用いて表せ。
- (3) 点 C から線分 OA に引いた垂線と線分 AB の交点を E とする。 D は (2) で定めた点とする。このとき, $\triangle OBD$ と $\triangle CDE$ の面積の和を t を用いて表せ。

第 4 問

α, β は $\alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta < 1$ を満たす実数とする。三つの放物線

$$C_1 : y = x(1 - x), \quad C_2 : y = x(1 - \beta - x), \quad C_3 : y = (x - \alpha)(1 - x)$$

を考える。 C_2 と C_3 の交点の x 座標を γ とする。また、 C_1, C_2, C_3 で囲まれた図形の面積を S とする。次の問いに答えよ。

- (1) γ を α, β を用いて表せ。
- (2) S を α, β を用いて表せ。
- (3) α, β が $\alpha + \beta = \frac{1}{4}$ を満たしながら動くとき、 S の最大値を求めよ。

第 5 問

n を自然数とする。A, B, C, D, E の 5 人が 1 個のボールをパスし続ける。最初に A がボールを持っていて、A は自分以外の誰かに同じ確率でボールをパスし、ボールを受けた人は、また自分以外の誰かに同じ確率でボールをパスし、以後同様にパスを続ける。 n 回パスしたとき、B がボールを持っている確率を p_n とする。ここで、たとえば、 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow E$ の順にボールをパスすれば、4 回パスしたと考える。次の問いに答えよ。

- (1) p_1, p_2, p_3, p_4 を求めよ。
- (2) p_n を求めよ。