

入学試験過去問題

数 学

広島大学（文系）

対象年度：2014年

試験時間：120分

問題数：5問

第 1 問

座標平面上で、原点 O を中心とする半径 1 の円を C とする。 C の外部にある点 $P(a, b)$ から C にひいた 2 本の接線と C との接点を H, H' とする。 $\angle OPH = \theta$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) PH の長さ、および $\sin \theta$ を a, b を用いて表せ。
- (2) $HH' = OP$ となるような点 P の軌跡を求めよ。

第 2 問

a_1, a_2, a_3 は定数で, $a_1 > 0$ とする。放物線 $C : y = a_1x^2 + a_2x + a_3$ 上の点 $P(2, 4a_1 + 2a_2 + a_3)$ における接線を ℓ とし, ℓ と x 軸との交点を $Q(q, 0)$, ℓ と y 軸との交点を $R(0, a_4)$ とする。 a_1, a_2, a_3, a_4 がこの順に等差数列であるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を a_1 を用いて表せ。
- (2) q の値を求めよ。
- (3) 放物線 C , 接線 ℓ , および y 軸で囲まれた部分の面積を S とする。 $S = q$ となるとき, a_1 を求めよ。

第 3 問

四面体 $OABC$ において、 $\triangle OAB$ の重心を F 、 $\triangle OAC$ の重心を G とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OF}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。
- (2) $\overrightarrow{FG} \parallel \overrightarrow{BC}$ であることを示せ。
- (3) $OB = OC = 1$, $\angle BOC = 90^\circ$ のとき、 FG の長さを求めよ。

第 4 問

$\alpha > 1$ とする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \alpha, \quad a_{n+1} = \sqrt{\frac{2a_n}{a_n + 1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める。次の不等式が成り立つことを証明せよ。

(1) $a_n > 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

(2) $\sqrt{x} - 1 \leq \frac{1}{2}(x - 1) \quad (\text{ただし, } x > 1 \text{ とする。})$

(3) $a_n - 1 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}(\alpha - 1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

第 5 問

正六角形の頂点を反時計回りに $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ とする。1 個のさいころを 2 回投げて、出た目を順に j, k とする。次の問いに答えよ。

- (1) P_1, P_j, P_k が異なる 3 点となる確率を求めよ。
- (2) P_1, P_j, P_k が正三角形の 3 頂点となる確率を求めよ。
- (3) P_1, P_j, P_k が直角三角形の 3 頂点となる確率を求めよ。