

2012年度入学試験問題

数	学
---	---

文 系

試験時間 120 分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には、問題が5問あります。総ページは16 ページで、問題は4 ページ以降の偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は5枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は、それぞれの解答用紙の所定の欄（2ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は、解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は、持ち出してはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
- 7 この問題冊子の裏表紙には、試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空 白

空 白

[1] $f(x) = \log_2(x-1) + \log_2(4-x)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の定義域を求めよ。
- (2) 不等式 $f(x) \geq 0$ を解け。
- (3) 関数 $f(x)$ の最大値を m とするとき、 2^{m-2} を求めよ。
- (4) (3) の m について、 1000^m の整数部分の桁数を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

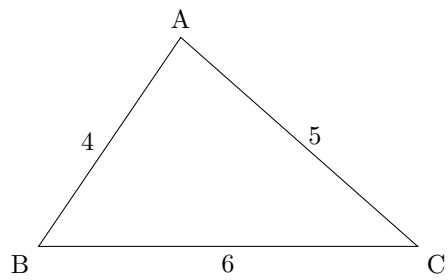
空 白

〔 2 〕 放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ 上に 2 点 A, B があり, A の x 座標は 3 である。
点 A, 点 B における C の接線をそれぞれ ℓ, m とし, ℓ と m の交点を P とお
くと, $\angle APB = 45^\circ$ であった。次の問いに答えよ。

- (1) 接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) 接線 m の傾きを求めよ。
- (3) 点 P の座標を求めよ。
- (4) C, ℓ, m で囲まれた図形において, 不等式 $x \geq 0$ を満たす部分の面積 S を求めよ。

空 白

〔 3 〕 図のような 3 辺の長さをもつ三角形 ABC がある。



次の問いに答えよ。

- (1) $45^\circ < \angle B < 60^\circ$ を証明せよ。
- (2) $\angle A = 2\angle C$ を証明せよ。
- (3) $40^\circ < \angle C < 45^\circ$ を証明せよ。

空 白

〔 4 〕 N は 4 以上の整数とする。次の規則にしたがって 1 個のさいころを繰り返し投げる。

規則: 出た目を毎回記録し、偶数の目が 3 回出るか、あるいは奇数の目が N 回出たところで、さいころを投げる操作を終了する。

ただし、さいころの目の出方は同様に確からしいとする。次の問いに答えよ。

- (1) さいころを投げる回数は、最大で何回か。
- (2) さいころを 3 回投げて操作を終了する確率を求めよ。
- (3) さいころを N 回投げて操作を終了する確率を求めよ。
- (4) 最後に奇数の目が出て操作を終了する確率を求めよ。
- (5) $N = 4$ のとき、さいころを投げる回数の期待値を求めよ。

空 白

[5] n は 3 以上の整数とする。1 から n までの整数から連続する 2 つの整数 x , $x + 1$ を取り除く。次の問いに答えよ。

(1) $n = 17$ のとき, 残された整数の総和を個数 15 で割った値が $\frac{42}{5}$ であるとする。取り除いた 2 つの整数を求めよ。

(2) $n \geq 39$ のとき, 不等式

$$\frac{1}{2}n(n+1) - 1 - 2(n-1) > \frac{205}{11}(n-2)$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 残された整数の総和を個数 $n - 2$ で割った値が $\frac{205}{11}$ であるとする。 n と取り除いた 2 つの整数を求めよ。

空 白

