

入学試験過去問題

数 学

広島大学（文系）

対象年度：2010年

試験時間：120分

問題数：5問

第 1 問

k は定数で, $k > 0$ とする。曲線 $C: y = kx^2$ ($x \geq 0$) と 2 つの直線 $\ell: y = kx + \frac{1}{k}$, $m: y = -kx + \frac{1}{k}$ との交点の x 座標をそれぞれ α, β ($0 < \beta < \alpha$) とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\alpha - \beta$ の値を求めよ。
- (2) $\alpha\beta, \alpha^2 + \beta^2$ および $\alpha^3 - \beta^3$ を k を用いて表せ。
- (3) 曲線 C と 2 直線 ℓ, m とで囲まれた部分の面積を最小にする k の値を求めよ。また, そのときの面積を求めよ。

第 2 問

座標平面上に点 $O(0, 0)$ と点 $P(4, 3)$ をとる。不等式 $(x-5)^2 + (y-10)^2 \leq 16$ の表す領域を D とする。次の問いに答えよ。

- (1) k は定数とする。直線 $y = -\frac{4}{3}x + k$ 上の点を Q とするとき、ベクトル $\overrightarrow{OQ}$ と $\overrightarrow{OP}$ の内積 $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OP}$ を k を用いて表せ。
- (2) 点 R が D 全体を動くとき、ベクトル $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OR}$ の内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OR}$ の最大値および最小値を求めよ。

第 3 問

p, a を実数の定数とする。多項式 $P(x) = x^3 - (2p + a)x^2 + (2ap + 1)x - a$ を $x - 3$ で割った余りが $10 - 6p$ であり、3 次方程式 $P(x) = 0$ の実数解は a のみとする。次の問いに答えよ。

- (1) 実数の範囲で $P(x)$ を因数分解せよ。
- (2) a の値を求めよ。
- (3) 関数 $y = P(x)$ が極値をもたないときの p の値を求めよ。

第 4 問

n は 2 以上の自然数とする。袋の中に 1 から n までの数字が 1 つずつ書かれた n 個の玉が入っている。この袋から無作為に玉を 1 個取り出し、それに書かれている数を自分の得点としたのち、取り出した玉を袋に戻す。この試行を A, B, C の 3 人が順に行い、3 人の中で最大の得点の人を勝者とする。たとえば、A, B, C の得点がそれぞれ 4, 2, 4 のときは A と C の 2 人が勝者であり、3 人とも同じ得点のときは A, B, C の 3 人とも勝者である。勝者が k 人 ($k = 1, 2, 3$) である確率を $P_n(k)$ とおくと、次の問いに答えよ。

- (1) 勝者が 3 人である確率 $P_n(3)$ を n を用いて表せ。
- (2) $n = 3$ の場合に勝者が 2 人である確率 $P_3(2)$ を求めよ。
- (3) 勝者が 1 人である確率 $P_n(1)$ を n を用いて表せ。

第 5 問

次の問いに答えよ。

- (1) x, y が 4 で割ると 1 余る自然数ならば、積 xy も 4 で割ると 1 余ることを証明せよ。
- (2) 0 以上の偶数 n に対して、 3^n を 4 で割ると 1 余ることを証明せよ。
- (3) 1 以上の奇数 n に対して、 3^n を 4 で割った余りが 1 でないことを証明せよ。
- (4) m を 0 以上の整数とする。 3^{2m} の正の約数のうち 4 で割ると 1 余る数全体の和を m を用いて表せ。