

# 2003年度入学試験問題

|   |   |
|---|---|
| 数 | 学 |
|---|---|

文 系

試験時間 120 分

## 答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には、問題が5問あります。総ページは16 ページで、問題は4 ページ以降の偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は5枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は、それぞれの解答用紙の所定の欄（2ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は、解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は、持ち出してはいけません。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。
- 7 この問題冊子の裏表紙には、試験時間中に机の上に置いてよいものを記載しています。

空 白

空 白

〔 1 〕 2 次関数  $y = 3ax^2 - 2(b+1)x + b+1$  のグラフ  $F$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $a, b$  をともに 1 から 6 までの整数とすると、 $F$  と  $x$  軸との共有点の個数がただ 1 つであるような定数  $a, b$  の値の組をすべて求めよ。
- (2) さいころを続けて 2 回投げ、定数  $a, b$  の値を 1 回目に出た目の数を  $a$ 、2 回目に出た目の数を  $b$  と決める。このとき、 $F$  と  $x$  軸との共有点の個数の期待値  $E$  を求めよ。

空 白

- 〔 2 〕 三角形 ABC において、辺 BC を 2 : 1 の比に内分する点を M とする。辺 AB, AC をそれぞれ B, C の側に延長した半直線を  $\ell, m$  とし、M を通る直線  $k$  と  $\ell, m$  との交点をそれぞれ P, Q とする。

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \quad \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \quad \overrightarrow{AP} = p\vec{b}, \quad \overrightarrow{AQ} = q\vec{c}$$

とおくとき、次の問いに答えよ。ただし、 $p, q$  は正の実数とする。

- (1)  $\overrightarrow{AM}$  を  $\vec{b}, \vec{c}$  で表せ。
- (2)  $\frac{1}{p} + \frac{2}{q} = 3$  が成り立つことを示せ。
- (3) Q から直線 AB に下ろした垂線と直線 AB との交点を H とするとき、 $\overrightarrow{QH}$  を  $\vec{b}, \vec{c}, q$  で表せ。
- (4) M を通る直線  $k$  が半直線  $\ell, m$  と点 A 以外でそれぞれ交わるように変わるとき、三角形 APQ の面積を最小にする  $p, q$  の値を求めよ。

空 白

〔 3 〕 次の問いに答えよ。

- (1)  $a, b, c, d$  を正の整数とする。 $(a+b\sqrt{2})^2 = (c+d\sqrt{2})^2$  ならば,  $a = c$ ,  $b = d$ であることを示せ。ただし,  $\sqrt{2}$  が無理数であることを用いてよい。
- (2) 次の2つの数  $r, s$  はそれぞれ,  $a, b$  を正の整数として,  $(a+b\sqrt{2})^2$  と表すことができるか。表すことができれば,  $a, b$  の値を求めよ。表すことができないければ, その理由を示せ。

$$r = 967 + 384\sqrt{2}, \quad s = 2107 + 1470\sqrt{2}$$



空 白

〔 4 〕 次の問いに答えよ。

(1)  $a$  を 0 でない実数とするとき, 2 つの曲線  $y = -x^2 + 2x$  と  $y = -ax^2 + 1$  が  $0 \leq x \leq 2$  の範囲で 2 つの交点をもつように  $a$  の範囲を定めよ。

(2)  $a_0$  を (1) で求めた  $a$  の範囲の最大値とすると, 定積分

$$I = \int_0^2 |(-a_0x^2 + 1) - (-x^2 + 2x)| dx$$

を求めよ。

空 白

[ 5 ] 不等式

$$\log_a b + \log_a (k - b) > 2$$

を満たす実数  $a, b$  について、次の問いに答えよ。ただし、 $k$  は  $k > 2$  を満たす定数とする。

- (1) 点  $(a, b)$  全体の集合を  $ab$  平面上に図示せよ。
- (2)  $a + b$  がとる値の範囲を求めよ。

空 白





