

# 入学試験過去問題

## 数 学

千葉大学（理系）

対象年度：2026 年

試験時間：120～180 分

問題数：7 問

## 第 1 問

$a$  は  $0 \leq a < 1$  を満たす実数とする。点  $(a, 0)$  を頂点とし、 $y$  軸と平行な軸をもち、点  $(1, 1)$  を通る放物線を  $C$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線  $C$  の方程式を求めよ。
- (2) 放物線  $C$  と直線  $y = x$  の交点を全て求めよ。
- (3) 放物線  $C$  と直線  $y = x$  で囲まれた図形の面積  $S$  を求めよ。
- (4) (3) で求めた面積  $S$  が最大となるような  $a$  の値を求めよ。

## 第 2 問

以下の問いに答えよ。

- (1)  $n$  を正の整数とする。 $24^n$  の正の約数のうち、 $24$  の倍数でないものの個数を求めよ。
- (2) 関数  $f(x) = 2\sin x + \cos x$  の  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  における最小値と最大値を求めよ。
- (3) 空間内の 2 つの平面  $x - y = 0$ ,  $z - 1 = 0$  の交線を  $\ell_1$  とし、2 つの平面  $x - 2y = 0$ ,  $x - 2z + 2 = 0$  の交線を  $\ell_2$  とする。2 つの直線  $\ell_1$  と  $\ell_2$  の交点, およびそれらのなす角  $\theta$  を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  とする。

### 第 3 問

正の整数  $n$  に対して、関数  $f_n(x)$  を

$$f_n(x) = e^{-x} x^n$$

とおく。以下では、 $\lim_{x \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$  であることは証明せずに用いてよい。

- (1)  $n \geq 2$  とする。 $x > 0$  の範囲において、関数  $f_n(x)$  の最大値、およびそのグラフの全ての変曲点の  $x$  座標を求めよ。

- (2) 正の実数  $r$  に対して

$$a_n = \int_0^r f_n(x) dx$$

とおくとき、数列  $\{a_n\}$  の漸化式を求めよ。

- (3) (2) の  $a_n$  を  $a_n(r)$  と書くとき、極限  $\lim_{r \rightarrow \infty} a_n(r)$  を求めよ。

## 第 4 問

$n$  を 5 以上の整数とする。 $xy$  平面の点で  $x$  座標と  $y$  座標がともに 1 以上  $n$  以下の整数であるものの全体を  $A$  で表す。 $A$  から異なる 2 点  $P, Q$  を無作為に選ぶ。

- (1)  $PQ = 1$  となる確率を求めよ。
- (2)  $P = (3, 3)$  のとき,  $PR = QR = 1$  となる  $A$  の点  $R$  が存在する条件付き確率を求めよ。
- (3)  $PR = QR = 1$  となる  $A$  の点  $R$  が存在する確率を求めよ。

## 第 5 問

複素数  $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$  を考える。ただし  $i$  は虚数単位である。以下では  $\sqrt{2}$  が無理数であることは証明せずに用いてよい。

- (1) 整数  $n$  に対して,  $z^n$  を求めよ。
- (2)  $|a_0 + a_1 z| = 1$  となるような整数の組  $(a_0, a_1)$  を全て求めよ。
- (3) 複素数  $w$  で,  $|w| = 1$  かつある整数  $a_0, a_1, \dots, a_n$  ( $n \geq 0$ ) により  $w = a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n$  と表されるものを全て求めよ。

## 第 6 問

曲線  $y = \sin x$   $\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y$  軸, および直線  $y = 1$  で囲まれた図形を  $D$  とする。  
また,  $t$  を実数として,  $D$  を直線  $x = t$  のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を  $V$  とおく。

- (1)  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$  のとき,  $V$  を  $t$  の式で表せ。
- (2)  $t$  が  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき,  $V$  が最小となる  $t$  の値がただ 1 つであることを示せ。

## 第 7 問

$p$  を素数とする。以下では、整数  $j = 1, 2, \dots, p-1$  に対して  ${}_pC_j$  が  $p$  の倍数であることは証明せずに用いてよい。

- (1)  $0$  以上の整数  $n$  に対して、 $n^p - n$  が  $p$  の倍数であることを示せ。
- (2) 整数  $k = 0, 1, \dots, p-1$  のうち、 $(kp+1)^p - (kp+1)$  が  $p^2$  の倍数となるものの個数を求めよ。
- (3) 整数  $m = 0, 1, \dots, p^2-1$  のうち、 $m^p - m$  が  $p^2$  の倍数となるものの個数を求めよ。