

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2022年

試験時間：80分

問題数：3問

第 1 問

円周を 12 等分するように点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{12}$ が時計回りに並んでいる。また、白球 2 個と黒球 4 個が入った袋がある。点 P を、次の操作によって 12 個の点上を移動させる。

操作：袋から球を一つ取り出した後にサイコロを投げる。白球ならば時計回りに、黒球ならば反時計回りに、サイコロの目の数だけ P を移動させる。取り出した球は袋に戻さないこととする。

P を最初に点 A_1 に置く。操作を 1 回行い、 P が A_1 から移動した点を Q とおく。続けて操作を 1 回行い、 P が Q から移動した点を R とおく。もう一度操作を行い、 P が R から移動した点を S とおく。

- (1) $R = A_1$ となる確率を求めよ。
- (2) 3 点 Q, R, S を結んでできる図形が正三角形となる確率を求めよ。

第 2 問

座標平面において、原点 O と点 $A(1, 0)$ と点 $B(0, 1)$ がある。 $0 < t < 1$ に対し、線分 BO , OA , AB のそれぞれを $t : (1 - t)$ に内分する点を P , Q , R とする。

- (1) $\triangle PQR$ の面積を t の式で表せ。
- (2) $\triangle PQR$ が二等辺三角形になるときの t の値をすべて求めよ。
- (3) $\theta = \angle RPQ$ とする。(2) のそれぞれの場合に $\cos \theta$ を求めよ。

第 3 問

次の問いに答えよ。

- (1) a を実数とする。 $y = ax$ のグラフと $y = x|x - 2|$ のグラフの交点の個数が最大となる a の範囲を求めよ。
- (2) $0 \leq a \leq 2$ とする。 $S(a)$ を $y = ax$ のグラフと $y = x|x - 2|$ のグラフで囲まれる図形の面積とする。 $S(a)$ を a の式で表せ。
- (3) (2) で求めた $S(a)$ を最小にする a の値を求めよ。