

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2019 年

試験時間：80 分

問題数：8 問

第 1 問

円に内接する四角形 ABCD において

$$AB = 5, \quad BC = 4, \quad CD = 4, \quad DA = 2$$

とする。また、対角線 AC と BD の交点を P とおく。

- (1) 三角形 APB の外接円の半径を R_1 、三角形 APD の外接円の半径を R_2 とするとき、 $\frac{R_1}{R_2}$ の値を求めよ。
- (2) AC の長さを求めよ。

第 2 問

次の関数のグラフに関する以下の問いに答えよ。ただし、 m は実数とする。

$$y = |x^2 - 2mx| - m$$

- (1) $m = 1$ のときのグラフの概形をかけ。
- (2) グラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

第 3 問

正の約数の個数がちょうど m 個であるような, 1900 以上の自然数の中で最小のものを d_m とする。

- (1) d_5 を求めよ。
- (2) d_{15} を求めよ。

第 4 問

コインが 5 枚ある。さいころを振って出た目によって、これらのコインを 1 枚ずつ 3 つの箱 A, B, C のいずれかに入れていく。出た目が 1 であればコインを 1 枚, 箱 A に入れる。出た目が 2 か 3 であればコインを 1 枚, 箱 B に入れる。出た目が 4 か 5 か 6 であればコインを 1 枚, 箱 C に入れる。さいころを 5 回振ったとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 箱 A と箱 B にコインがそれぞれちょうど 2 枚ずつ入っている確率を求めよ。
- (2) A, B いずれの箱にもコインが 1 枚以上入っている確率を求めよ。

第 5 問

三角形 ABC において $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ である。頂点 A から辺 BC に引いた垂線と BC が交わる点を D とし, 頂点 C から辺 AB に引いた垂線と AB が交わる点を E とする。また, $\vec{a} = \overrightarrow{CA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{CB}$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{CE}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) 直線 CE と直線 AD の交点を H とするとき, $\overrightarrow{CH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。

第 6 問

a は 0 でない実数とし, $f(x) = ax^3 + 3ax^2 + 3x + 3$ とおく。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフ C と導関数 $y = f'(x)$ のグラフ C' が相異なる 3 点で交わるような a の範囲を求めよ。
- (2) a が (1) の範囲にあるとき C と C' で囲まれた 2 つの図形の面積の和を求めよ。

第 7 問

$a_1 = 3, a_2 = 2$ とし, $n \geq 2$ のとき,

$$a_{n+1} = a_n^2 + a_n - 1$$

として数列 $\{a_n\}$ を定める。

(1) $n \geq 2$ のとき $a_{n+1} = a_1 a_2 \cdots a_n - 1$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $\sum_{i=1}^n a_i^2 = a_1 a_2 \cdots a_n + 100$ が成り立つような自然数 n を求めよ。

第 8 問

コインが 5 枚ある。さいころを振って出た目によって、これらのコインを 1 枚ずつ 3 つの箱 A, B, C のいずれかに入れていく。出た目が 1 であればコインを 1 枚, 箱 A に入れる。出た目が 2 か 3 であればコインを 1 枚, 箱 B に入れる。出た目が 4 か 5 か 6 であればコインを 1 枚, 箱 C に入れる。さいころを 5 回振ったとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 箱 A と箱 B にコインがそれぞれちょうど 2 枚ずつ入っている確率を求めよ。
- (2) A, B, C いずれの箱にもコインが 1 枚以上入っている確率を求めよ。
- (3) 試行の後に箱 A を開けるとちょうど 2 枚のコインが入っていた。このとき箱 B にコインがちょうど 2 枚入っている確率を求めよ。