

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2016 年

試験時間：80 分

問題数：7 問

第 1 問

1 個のさいころを 2 回投げ、最初に出た目を a 、2 回目に出た目を b とする。2 次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 実数解は存在すれば正であることを示せ。
- (2) 実数解の個数が 1 となる確率を求めよ。
- (3) 実数解の個数が 2 となる確率を求めよ。

第 2 問

座標平面上に 5 点 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(0, 11)$, $P(m, 0)$, $Q(0, n)$ をとる。ただし, m と n は $1 \leq m \leq 5$, $1 \leq n \leq 11$ を満たす整数とする。

- (1) 三角形 OAB の内部に含まれる格子点の個数を求めよ。ただし, 格子点とは x 座標と y 座標がともに整数である点のことであり, 内部には辺上の点は含まれない。
- (2) 三角形 OPQ の内部に含まれる格子点の個数が三角形 OAB の内部に含まれる格子点の個数の半分になるような組 (m, n) をすべて求めよ。

第 3 問

座標平面上に 5 点 $A(0, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 1)$, $D(1, 0)$, $E\left(0, \frac{2}{3}\right)$ がある。点 E と点 $P_1(s, 1)$ ($0 < s < 1$) を通る直線を ℓ_1 とする。直線 $y = 1$ に関して ℓ_1 と対称な直線を ℓ_2 とし, ℓ_2 と直線 $x = 1$ の交点を P_2 とする。さらに, 直線 $x = 1$ に関して ℓ_2 と対称な直線 ℓ_3 は, x 軸と線分 AD 上で交わるとし, その交点を P_3 とする。

- (1) 直線 ℓ_2 が点 D を通るときの s の値を求めよ。
- (2) 線分 DP_3 の長さを s を用いて表せ。
- (3) $EP_1 + P_1P_2 + P_2P_3$ の最大値と最小値を求めよ。

第 4 問

$-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ の範囲で、点 P は放物線 $y = -x^2 + 2$ 上を動き、点 Q は放物線 $y = x^2 - 2$ 上を動く。ただし、P と Q は異なる点とする。

- (1) 直線 PQ が原点を通るとき、線分 PQ の長さの最大値と最小値を求めよ。
- (2) 線分 PQ の長さの最大値を求めよ。

第 5 問

座標平面上にすべての内角が 180° 未満の四角形 ABCD がある。原点を O とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ とおく。 k は $0 \leq k \leq 1$ を満たす定数とする。 0 以上の実数 s, t, u が $k + s + t + u = 1$ を満たしながら変わるとき

$$\overrightarrow{OP} = k\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c} + u\vec{d}$$

で定められる点 P の存在範囲を $E(k)$ とする。

- (1) $E(1)$ および $E(0)$ を求めよ。
- (2) $E\left(\frac{1}{3}\right)$ を求めよ。
- (3) 対角線 AC, BD の交点を M とする。どの $E(k)$ $\left(\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{2}\right)$ にも属するような点 P を考える。このような点 P が存在するための必要十分条件を、線分 AC, AM の長さを用いて答えよ。

第 6 問

a は $0 < a < 2$ を満たす定数とする。 $0 \leq t \leq 1$ を満たす実数 t に対して、座標平面上の 4 点 $A(t, 0)$, $B(2, t^2)$, $C(2-t, 2)$, $D(0, 2-at)$ を考える。このとき、四角形 $ABCD$ の面積 $S(t)$ が最小となるような t の値を求めよ。

第 7 問

数直線上の点 Q は、はじめは原点 $x = 0$ にあり、さいころを投げるたびに以下のルールに従って移動する。 Q が $x = a$ にあるとき、

- 出た目が 1 ならば $x = a$ にとどまる。
 - 出た目が 2, 3 ならば $x = a + 1$ へ動く。
 - 出た目が 4, 5, 6 ならば $x = 0$ に戻る ($a = 0$ ならば動かない)。
- (1) 整数 $a \geq 0$ に対して、さいころを 3 回投げたとき、 Q が $x = a$ にある確率を求めよ。
- (2) さいころを n 回投げたとき、 Q が $x = 0$ にある確率を求めよ。
- (3) さいころを n 回投げたとき、 Q が $x = 1$ にある確率を求めよ。