

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2015 年

試験時間：80 分

問題数：7 問

第 1 問

a を実数とする。 x に関する方程式

$$|x^2 - 6x - |x - 6|| + x = a$$

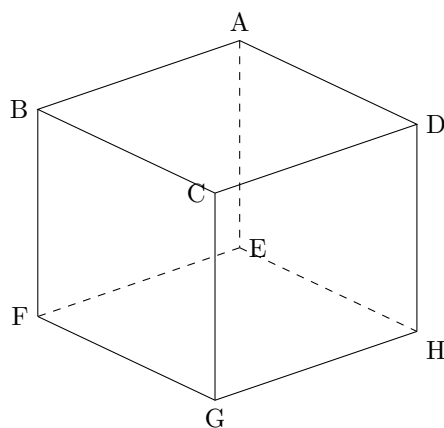
の実数解の個数を求めよ。

第 2 問

下図のような 1 辺の長さが 4 の立方体 ABCD-EFGH がある。辺 AB 上に点 P を $BP = 3$ となるように取り、辺 BC 上に点 Q を取る。また、B から $\triangle PFQ$ へ垂線 BK を下ろす。

BQ の長さを a として、以下の問いに答えよ。

- (1) a を用いて $\triangle PFQ$ の面積を表せ。
- (2) a を用いて BK の長さを表せ。
- (3) BK の長さは $\frac{\sqrt{30}a}{5}$ 以下であることを示せ。



第 3 問

1 辺の長さ 1 の正三角形 ABC において、 BC を $1:2$ に内分する点を D 、 CA を $1:2$ に内分する点を E 、 AB を $1:2$ に内分する点を F とし、さらに BE と CF の交点を P 、 CF と AD の交点を Q 、 AD と BE の交点を R とする。

このとき、 $\triangle PQR$ の面積を求めよ。

第 4 問

さいころを 5 回振るとき，初めの 4 回においては 6 の目が偶数回出て，しかも最後の 2 回においては 6 の目がちょうど 1 回出る確率を求めよ。

ただし，6 の目が一度も出ない場合も 6 の目が出る回数を偶数回とみなす。

第 5 問

m を実数とする。 x に関する方程式

$$x^3 - 3x - |x - m| = 0$$

の実数解の個数を求めよ。

第 6 問

k, m, n を自然数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 2^k を 7 で割った余りが 4 であるとする。このとき、 k を 3 で割った余りは 2 であることを示せ。
- (2) $4m + 5n$ が 3 で割り切れるとする。このとき、 2^{mn} を 7 で割った余りは 4 ではないことを示せ。

第 7 問

b と c を $b^2 + 4c > 0$ を満たす実数として, x に関する 2 次方程式 $x^2 - bx - c = 0$ の相異なる解を α, β とする。数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \alpha^{n-1} + \beta^{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。このとき, つぎの問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ は漸化式

$$a_{n+2} = ba_{n+1} + ca_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすことを示せ。

- (2) 数列 $\{a_n\}$ の項 a_n がすべて整数であるための必要十分条件は, b, c がともに整数であることである。これを証明せよ。