

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2011 年

試験時間：80 分

問題数：8 問

第 1 問

1 個のさいころを 3 回投げる。1 回目に出る目を a_1 , 2 回目に出る目を a_2 , 3 回目に出る目を a_3 とし, 整数 n を

$$n = (a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_1)$$

と定める。

- (1) $n = 0$ である確率を求めよ。
- (2) $|n| = 30$ である確率を求めよ。

第 2 問

三角形 ABC の面積は $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$, 外接円の半径は 1, $\angle BAC = 60^\circ$, $AB > AC$ である。
このとき, 三角形 ABC の各辺の長さを求めよ。

第 3 問

四角錐 $OABCD$ において、底面 $ABCD$ は 1 辺の長さ 2 の正方形で

$$OA = OB = OC = OD = \sqrt{5}$$

である。

- (1) 四角錐 $OABCD$ の高さを求めよ。
- (2) 四角錐 $OABCD$ に内接する球 S の半径を求めよ。
- (3) 内接する球 S の表面積と体積を求めよ。

第 4 問

実数 x の関数 $f(x) = |x - 1|(x - 2)$ を考える。 $y = f(x)$ のグラフと直線 $y = x + a$ との共有点の個数は、定数 a の値によって、どのように変わるかを調べよ。

第 5 問

a は正の実数とし、座標平面上の直線 $\ell: y = x$ と放物線 $C: y = ax^2$ を考える。 C 上の点 (x, y) (ただし $0 < x < \frac{1}{a}$) で ℓ との距離を最大にする点を $P(s, t)$ とおく。また P と ℓ との距離を d とおく。

以下の問いに答えよ。

- (1) d, s, t をそれぞれ a の式で表せ。また点 P での放物線 C の接線の傾きを求めよ。
- (2) 実数 a を $a > 0$ の範囲で動かしたとき、点 $P(s, t)$ の軌跡を求め、図示せよ。

第 6 問

三角形 ABC の外心を O, 重心を G とする。

- (1) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$ が成り立つならば, 三角形 ABC は直角三角形であることを証明せよ。
- (2) k が $k \neq \frac{1}{3}$ を満たす実数で, $\overrightarrow{OG} = k\overrightarrow{OA}$ が成り立つならば, 三角形 ABC は二等辺三角形であることを証明せよ。

第 7 問

n 人 ($n \geq 3$) でじゃんけんを 1 回行うとき、次の問いに答えよ。

- (1) 1 人だけが勝つ確率を求めよ。
- (2) あいこになる確率を求めよ。
- (3) 勝つ人数の期待値を求めよ。

ここで「あいこ」とは 1 種類または 3 種類の手が出る場合であり、勝つ人数が 0 の場合である。

第 8 問

n 段の階段を上るのに、一歩で 1 段, 2 段, または 3 段を上ることができるとする。この階段の上り方の総数を a_n とおく。たとえば, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 4$ である。

- (1) a_4 , a_5 の値を求めよ。
- (2) a_n , a_{n+1} , a_{n+2} , a_{n+3} ($n \geq 1$) の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (3) a_{10} の値を求めよ。