

入学試験過去問題

数 学

千葉大学（文系）

対象年度：2007年

試験時間：80分

問題数：8問

第 1 問

a を正の実数とする。2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2(a+1)x + 1$ に対して、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ。
- (2) $0 \leq x \leq 2$ の範囲で $y = f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

第 2 問

n を奇数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $n^2 - 1$ は 8 の倍数であることを証明せよ。
- (2) $n^5 - n$ は 3 の倍数であることを証明せよ。

第 3 問

C_1 を半径 1 の円とし, C_2 を C_1 に外接している半径 2 の円とする。 C を円 C_1 と円 C_2 の両方に外接している半径 r の円とする。円 C の中心を A , 円 C_1 の中心を B , C_1 と C_2 の接点を O とし, $\angle AOB$ を θ とする。

- (1) $r = 3$ のとき $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (2) 線分 AO の長さを r を用いて表せ。

第 4 問

1 から 7 までの番号が書かれた 7 枚のカードがある。この中から 4 枚のカードを同時に取り出す。取り出されたカードに書かれた 4 個の数の和から、取り出されなかった 3 枚のカードに書かれた 3 個の数の和を引いた値を X とする。

(1) $X = -8$ となる確率を求めよ。

(2) X が負となる確率を求めよ。

(3) X の期待値を求めよ。

第 5 問

a を実数とする。 x についての方程式 $|x^2 + ax + 2a| = a + 1$ が異なる実数解をちょうど 2 個もつような a の値の範囲を求めよ。

第 6 問

平面上で $AB = 3$ となる 2 点 A, B をとる。点 A を中心とする半径 1 の円を S とし、点 B を中心とする半径 2 の円を T とする。2 点 C, D は円 S 上を動き、2 点 E, F は円 T 上を動く。ただし、線分 CD は点 A を通り、線分 EF は点 B を通る。このとき内積 $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{DF}$ の最大値と最小値を求めよ。

第 7 問

n を奇数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $n^2 - 1$ は 8 の倍数であることを証明せよ。
- (2) $n^5 - n$ は 3 の倍数であることを証明せよ。
- (3) $n^5 - n$ は 120 の倍数であることを証明せよ。

第 8 問

x の関数

$$f(x) = \int_{x-2}^{x+2} |y(y-5)| dy$$

の $2 \leq x$ における最小値を求めよ。